





單元四 簡單立體圖形與其體積


有一天，小白被多面體軍團抓走了，小新和風間等一群好友要一起去救小白。吉永老師聽到之後也很想一起去，但是，礙於年齡限制無法跟著一起去，於是就拿了一張紙給小新說：這張是一些立體物品的特性，在出發前，你們要先蒐集好一些立體物件，這些東西會幫助你們打倒多面體軍團。

請你也幫忙小新一起來蒐集這些立體物品。


角柱	角錐	圓柱	圓錐
			
上下兩個底面全等(一模一樣大)且由上到下都一樣粗。	底面是一個多邊形，其他側邊都是三角形。	上下底都是圓形且由上到下都一樣粗。	只有一個頂點，底面是圓形。

於是，小新一群人蒐集好後，出發前往多面體軍團的基地。

主題一 認識角柱

: 大家好啊!我是角柱。歡迎你們來到多面體軍團，你若想往前走，就必須通過我這裡所有考驗。我有些角柱兄弟在你們生活中都有出現，請你先圈圈看，哪些圖片“像”是我的角柱兄弟。

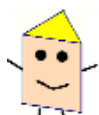


: 恭喜你通過第一關。接下來，你能找出我的兄弟們的名字嗎?
柱體的上下底是兩個全等的多邊形，柱體透過多邊形的形狀來命名。如：上下底為三角形的柱體叫「三角柱」。



● ● ● ● ●
六角柱 八角柱 四角柱 三角柱 五角柱

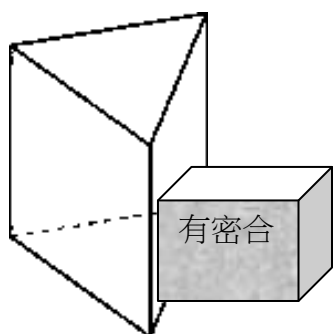
角柱是由上下兩個全等的多邊形底面和一些長方形或平行四邊形的側面所組成。



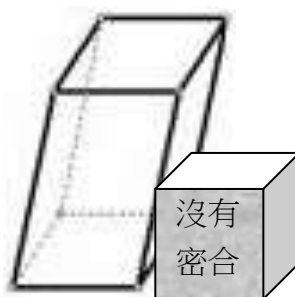
:當柱體的側面和底面互相垂直，我們稱之為直角柱。直角柱的每個側面都是長方形。底面是正多邊形的直角柱，稱為正角柱。

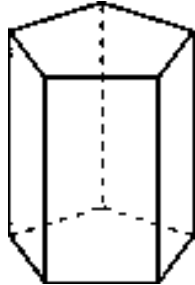
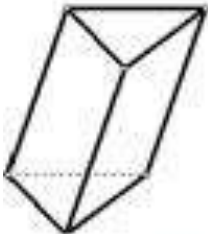
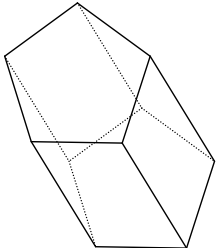
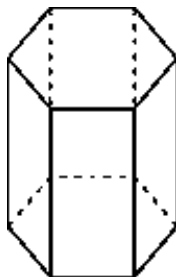
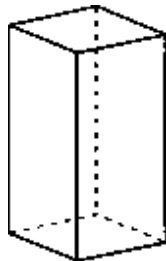
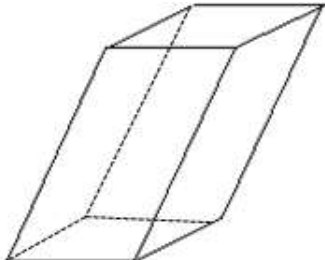
請將是直角柱的打圈○。(可以利用長方體的面作為判別的依據)

直角柱



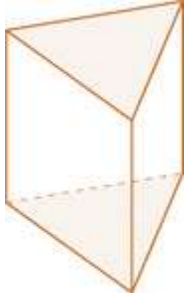
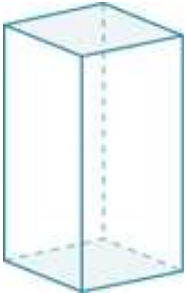
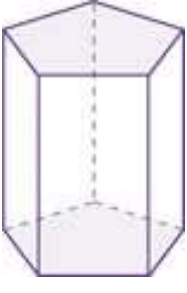
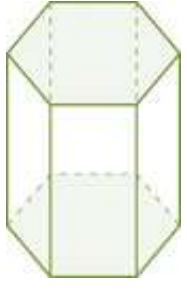
斜角柱



1. 	2. 
3. 	4. 
5. 	6. 



：看看我身上有哪些特性。

				
角柱名稱	三角柱			
面的個數				
頂點的個數				
邊的個數				



：試試看，若沒有圖形時也可以填出正確答案：

角柱名稱	八角柱	()角柱
面的個數		
頂點的個數		24
邊的個數		

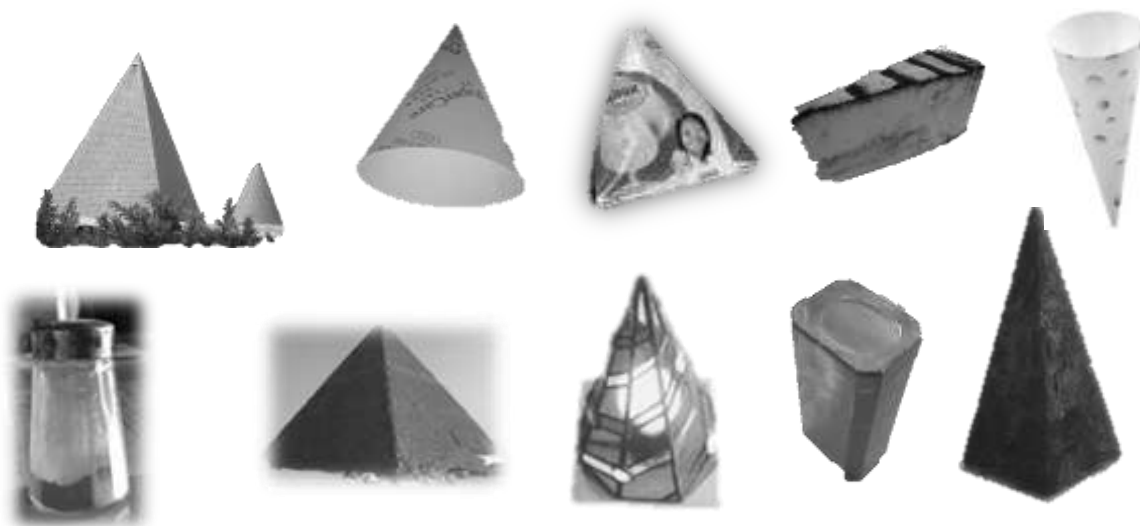


：恭喜你！通過我的考驗了。

主題二 認識角錐



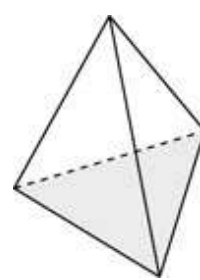
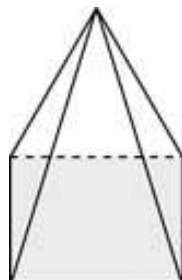
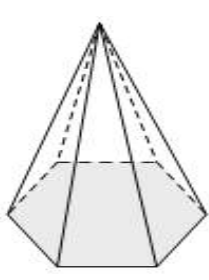
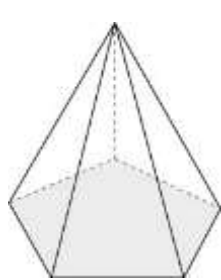
：你好啊!我是角錐。我們角錐在生活中也很常出現。下面的圖片裡，請你先圈圈看，哪些圖片”像”是我的角錐兄弟。



：請你連連看我的姊妹叫甚麼名字？

錐體的底面是一個多邊形，錐體透過此多邊形的形狀來命名。

如：底面為三角形的錐體叫「三角錐」。



四角錐

三角錐

六角錐

五角錐

由上圖可知：

角錐是由一個多邊形底面和一些三角形的側面所組成。

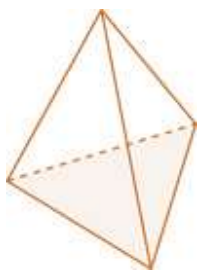
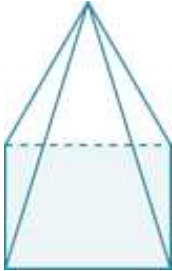
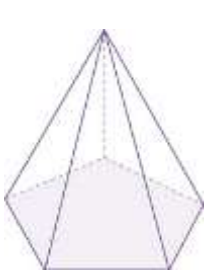
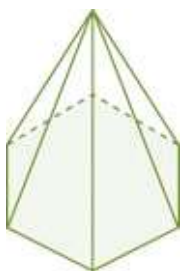


：底面為正多邊形，且側面都是等腰三角形的錐體，我們稱為正角錐。請將是正角錐的打圈○。

<p>1.</p>	<p>2.</p>
<p>3.</p>	<p>4.</p>
<p>5.</p>	<p>6.</p>
<p>7.</p>	<p>8.</p>



：了解我們的特性嗎？

				
角錐名稱	正三角錐			
面的個數				
頂點的個數				
邊的個數				



：試試看，若沒有圖形時也可以填出正確答案

角錐名稱	正八角錐	()角錐
面的個數		
頂點的個數		15
邊的個數		



：太厲害了!!恭喜你過關囉!

主題三 認識圓柱與圓錐



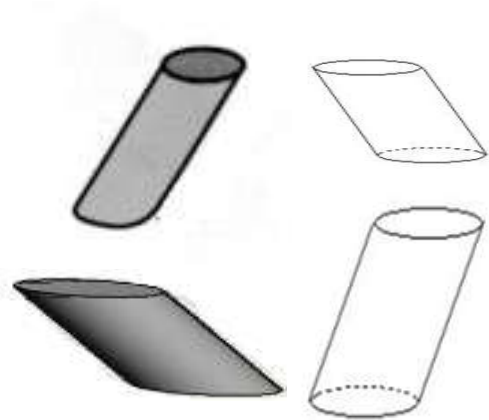
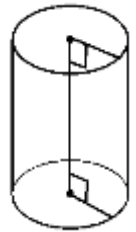
：你們好。我是圓柱。我很常出現在生活中，你能在下面的圖片中，找到我嗎？請將下圖“像”是圓柱的圖形圈起來。



：上下底為兩個全等圓形，且兩底圓心之連線會垂直於上下兩底的柱體叫做直圓柱。看看哪一邊是直圓柱，是的打圈○。

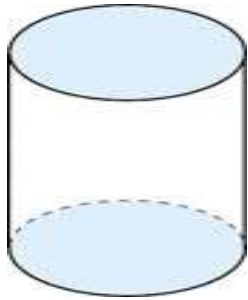
()

()





:我們有哪些特性？

	
底面是什麼圖形	
展開後側面是什麼圖形	
底面的個數	

- (1) ()直圓柱不論長、扁、粗或細，有幾個頂點？
 Ⓐ0 個 Ⓑ1 個 Ⓒ2 個 Ⓓ無限多個
- (2) ()直圓柱的展開圖是由下列哪些圖形組合成？(複選)
 Ⓐ三角形 Ⓑ圓形 Ⓒ長方形 Ⓓ扇形



:真厲害!沒被我考倒。恭喜你!過關!



:看看我身上有哪些特性。

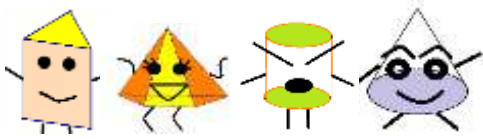
底面是什麼圖形	
展開後側面是什麼圖形	
底面的個數	

- (1) ()直圓錐不論長、扁、粗或細，請問都有幾個頂點？
 Ⓐ0個 Ⓑ1個 Ⓒ2個 Ⓓ無限多個
- (2) ()直圓錐展開後是由下列哪些圖形組合成？(複選)
 Ⓐ三角形 Ⓑ圓形 Ⓒ長方形 Ⓓ扇形



:恭喜你!通過我這關!剩下最後一關囉!

綜合練習



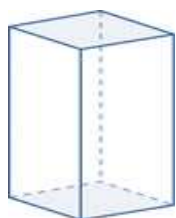
：試試看，分辨出我們。

1. 十角柱共有幾條邊？幾個面？
2. 正十五角錐的側面是何種圖形？
3. 六角柱有幾個頂點？六角錐有幾個頂點？
4. 七角柱有 a 個頂點，有 b 條邊， c 個面，則 $a+b+c = ?$
5. 七角錐有 a 個頂點，有 b 條邊， c 個面，則 $a+b+c = ?$
6. ()底面是一個圓形且側面展開是一個扇形的多面體是下列哪一個？
 ①圓柱 ②角錐 ③圓錐 ④角柱。
7. ()有一個柱體，沒有頂點。請問此柱體是下列哪一個？
 ①二十角柱 ②十二角柱 ③圓柱 ④無此柱體。

主題四 柱體的體積

- 長方體(底面為長方形的四角柱)

$$\begin{aligned}\text{已知長方體的體積} &= (\text{長} \times \text{寬}) \times \text{高} \\ &= \text{底面積} \times \text{高}\end{aligned}$$



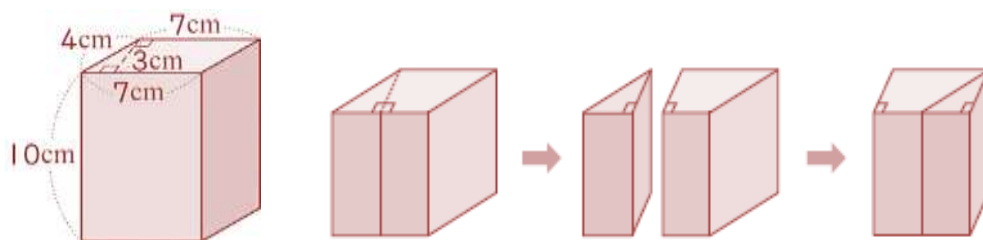
一個長方體的長是 5 公分，寬是 4 公分，高是 6 公分。

$$\begin{aligned}\text{長方體的體積} &= (\quad)\text{cm} \times (\quad)\text{cm} \times (\quad)\text{cm} \\ &= (\quad)\text{cm}^2 \times (\quad)\text{cm} = (\quad)\text{cm}^3\end{aligned}$$

馬上練習

若一個長方體的底面積是 100 平方公分，高是 10 公分，則體積是()立方公分。

- 底面為平行四邊形的四角柱



四角柱切割可以重新組合成一個長方體。

- (1)重新組合後的長方體和原本四角柱的體積是否相同？答：()
- (2)重新組合後的長方體和原本四角柱的底面積是否相同？答：()

由上可知：四角柱的體積 = 底面積 × 高

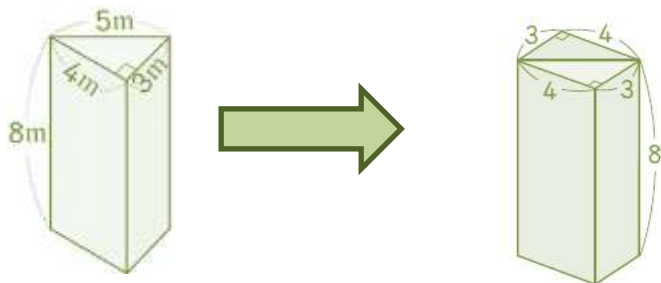
- (3)此四角柱的底面積 = ()cm × ()cm = ()cm²
- (4)此四角柱的體積 = ()cm² × ()cm = ()cm³

馬上練習

若一個四角柱的底面積是 45 平方公分，高是 20 公分，則體積是()立方公分。

- 底面為直角三角形的三角柱

兩個底為直角三角形的相同三角柱可以組成一個長方體。



- (1) 請問長方體體積的一半和三角柱的體積是否相同？答：()
 長方體底面積的一半和三角柱的底面積有是否相同？答：()

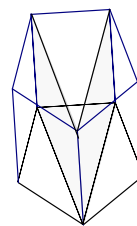
由上可知：三角柱的體積 = 底面積 × 高

(2) 此三角柱的底面積 = $\frac{1}{2} \times (\quad) \text{cm} \times (\quad) \text{cm} = (\quad) \text{cm}^2$

(3) 此三角柱的體積 = $(\quad) \text{cm}^2 \times (\quad) \text{cm} = (\quad) \text{cm}^3$

事實上，五角柱、六角柱等多邊形的角柱，都可以透過切割成為數個三角柱，因此，

任意 n 邊形的角柱體積 = 底面積 × 高。

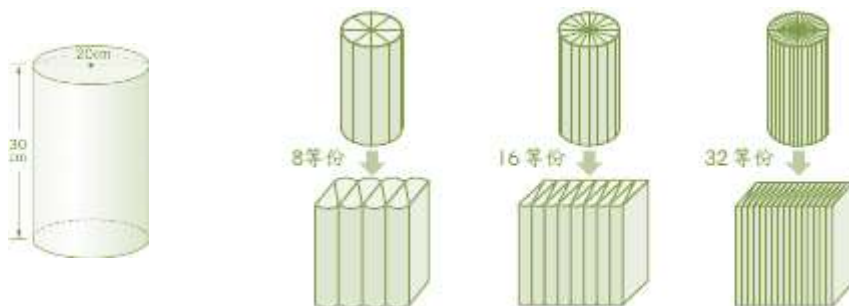


馬上練習

若一個三角柱的底面積是 25 平方公分，高是 20 公分，則體積是()立方公分。

● 底面為圓形的圓柱

下圖，有一個底面為直徑 20 公分圓的直圓柱，其高為 30 公分。



(1) 將直圓柱切割等份後，合成的柱體體積是不是相等？

答：()

將直圓柱切割越多等份後，合成的柱體是不是接近長方體？

答：()

由上可知：圓柱的體積 = 底面積 × 高

(2) 此直圓柱的底面積 = ()cm × ()cm × π = ()cm²

(3) 此直圓柱的體積 = ()cm² × ()cm = ()cm³

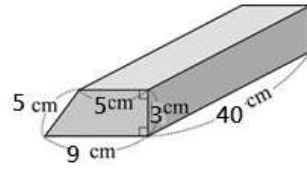
馬上練習

若一個圓柱的底面積是 50π 平方公分，高是 15 公分，則體積是 ()立方公分。

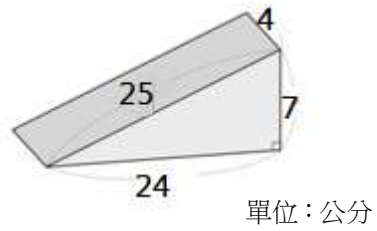
結論：柱體體積 = 底面積 × 高

練習題

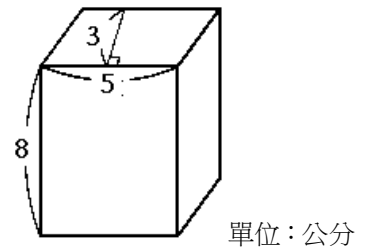
1. 試求此直角柱的底面積與體積。



2. 試求此三角柱的底面積與體積。



3. 試求此底面為平行四邊形的直角柱底面積與體積。



4. 如左圖，一個底面半徑為 5 公分圓的直圓柱，其高為 10 公分。求此直圓柱的體積。



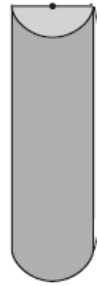
實力題

1. 有一個高為 7 公尺的六角柱，體積是 420 立方公尺，請問六角柱的底面積是多少平方公尺？
2. 有一個五角柱，底面積是 150 平方公分，高為 8 公分，請問五角柱的體積？
3. 底面積為 100π 平方公分的直圓柱，高為 4 公分，體積為多少立方公分？
4. 有一個體積 500 立方公尺的五角柱，其底面積為 100 平方公尺，則五角柱的高為多少公尺？
5. 有一個體積 500π 立方公尺的直圓柱，其底面半徑為 10 公尺，則直圓柱的高為多少公尺？

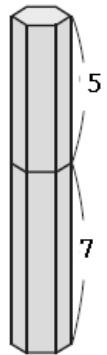
挑戰題

1. 有一個高為 10 公分的直圓柱，體積是 640π 立方公分，請問直圓柱的底面積是多少平方公分與圓半徑是幾公分？

2. 如右圖，半圓柱體的底面半徑為 4 公分，高為 10 公分。試求此半圓柱體的底面積與體積

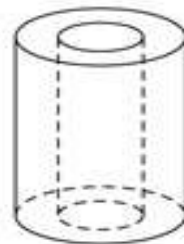


3. 將兩個底面相同的六角柱，如右圖疊在一起。若這兩個六角柱的高分別 5 公分和 7 公分，體積的和為 24 平方公分。試求六角柱的底面積。

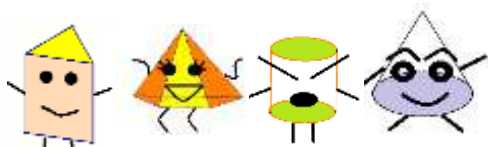
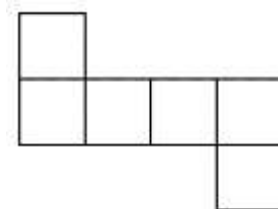


4. 有兩個一樣高的五角柱和四角柱，而五角柱的底面積是四角柱底面積的 6 倍，若四角柱的體積為 60 立方公分，五角柱的體積是多少立方公分？

5. 如右圖，一個空心的圓柱體，大圓半徑 15 公分，小圓半徑 5 公分，高為 35 公分。試求此空心圓柱的體積。



6. 下圖為四角柱的展開圖，所有的邊長均為 10 公分，則其四角柱的體積為多少？



：你真是個高手！通過了我們所有關卡。

謝謝你的幫忙，讓小新可以順利從多面體軍團救回小白。