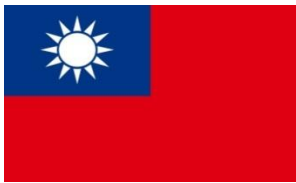


## 單元一 圖形的縮放

### 主題一 認識放大縮小圖

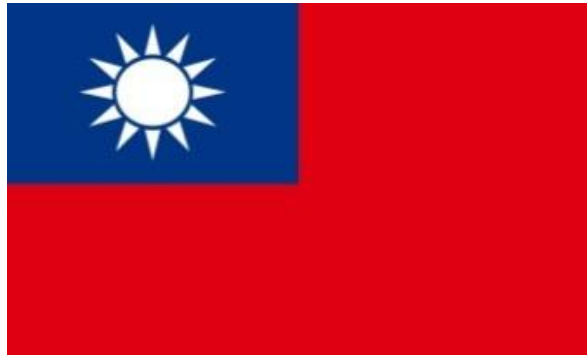
國小時曾學過三角形與四邊形的放大圖與縮小圖，請觀察下面的圖形，這三張圖形分別是大小不同的國旗，其中圖二的長和寬皆為圖一的  $\frac{1}{2}$  倍，我們稱圖二為圖一的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖；另外圖三的長與寬皆為圖一的 2 倍，我們稱圖三為圖一的 2 倍放大圖。



(圖一)



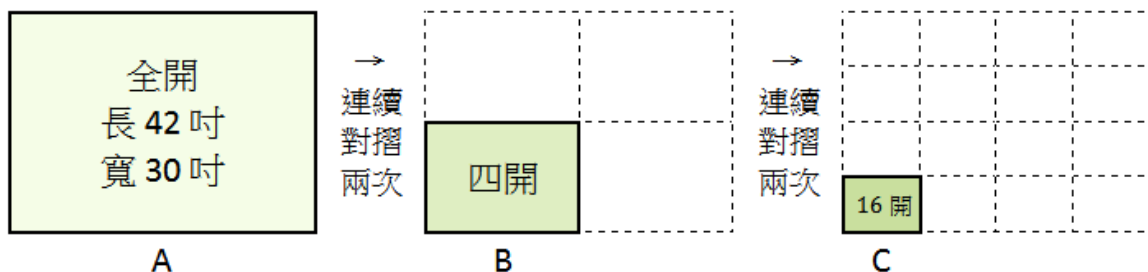
(圖二)



(圖三)

#### 〈紙張的放大縮小〉

日常生活中也有很多放大和縮小的例子，像是我們在教室布置時會用到的壁報紙，一般壁報紙的長和寬都是採用吋為單位(1 吋  $\doteq$  2.54 公分)；一張全開的紙張是長為 42 吋、寬為 30 吋的長方形，4 開的紙張的長和寬都是全開紙張的  $\frac{1}{2}$ ，16 開的紙張的長和寬都是全開紙張的  $\frac{1}{4}$ 。



如上圖，A 圖為全開大小、B 圖為 4 開大小、C 圖為 16 開大小，我們可以發現 A 圖經過對摺後可以裁成 4 個 B 圖或是 16 個 C 圖。

我們現在來思考以下這些問題：

1. A 圖是不是 B 圖的放大圖呢？ 答：\_\_\_\_\_。
2. C 圖是不是 A 圖的縮小圖呢？ 答：\_\_\_\_\_。
3. B 圖是不是 C 圖的放大圖呢？ 答：\_\_\_\_\_。

### 【動動腦】

1. A 圖是 B 圖的\_\_\_\_\_倍放大圖，A 圖的面積是 B 圖的\_\_\_\_\_倍。
2. C 圖是 A 圖的\_\_\_\_\_倍縮小圖，C 圖的面積是 A 圖的\_\_\_\_\_倍。

### 〈影印比例〉

影印機具有放大和縮小的功能(利用「縮放倍率」按鈕調整)，可以把一張較大的圖形縮小，像是縮小為百分之八十(80%)；也可以把一張小的圖形放大，像是放大成百分之一百五十(150%)。

影印機顯示原本尺寸是百分之百(100%)，也就是相當於 1 倍，若要印出原圖形的兩倍大，就要把縮放倍率調成百分之兩百(200%)，若要印出 $3/2$ 倍的原圖形，就要把縮放倍率調成 $3/2 \times 100\% = 150\%$ ，若要縮小圖形的話就以此類推。

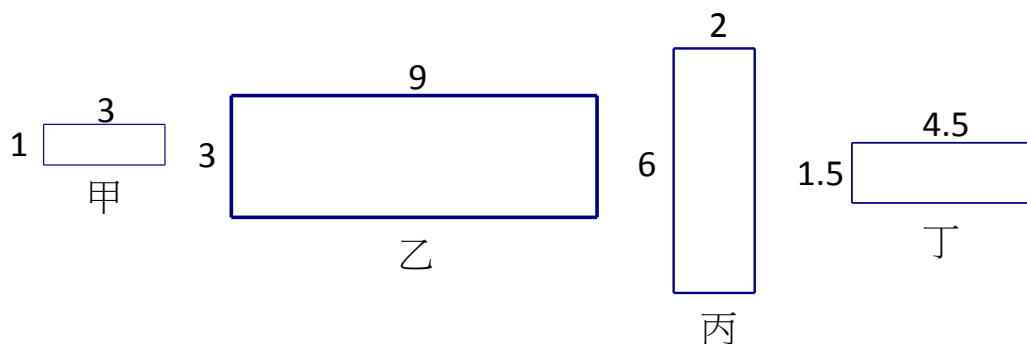


## 【動動腦】

1. 如果想把圖形縮小為原圖形的四分之三，縮放倍率按鈕要調成多少百分比(%)？
2. 邊長 10 公分的正方形，經影印機放大為 120%，則放大後的正方形周長為多少公分？

## 【隨堂練習】

以下四個圖形都是長方形，且互為縮小與放大圖形，邊長如圖所示，



請判斷下列各題：

1. 乙圖是甲圖的幾倍放大圖？

解：乙圖的長 = ( )      乙圖的寬 = ( )

甲圖的長 = ( )      甲圖的寬 = ( )

$$\frac{\text{乙長}}{\text{甲長}} = \frac{( )}{( )} = ( ) \quad \frac{\text{乙寬}}{\text{甲寬}} = \frac{( )}{( )} = ( )$$

乙圖的長、寬皆為甲圖的( )倍，

所以乙圖是甲圖的( )倍放大圖。

## 計算小秘訣

只要找一組對應  
邊就可以算出縮  
放的倍率！

2. 甲圖是丙圖的 \_\_\_\_\_ 倍縮小圖。
3. 丁圖是甲圖的 \_\_\_\_\_ 倍放大圖。
4. 丁圖是乙圖的 \_\_\_\_\_ 倍縮小圖。

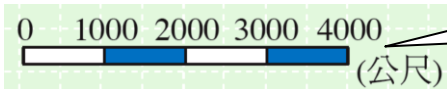
## 〈地圖比例尺〉

縮小與放大的應用還有地圖，我們可以利用地圖估計兩地的距離。

若地圖的比例尺為  $1:x$ ，則表示此圖中的線段長皆為實際距離的  $\frac{1}{x}$ 。

**註** 比例尺的表示方式亦可為下列兩種：

(1)  $1:1000$

(2)  (公尺)

地圖上 1 公分相當於  
實際的 1000 公尺



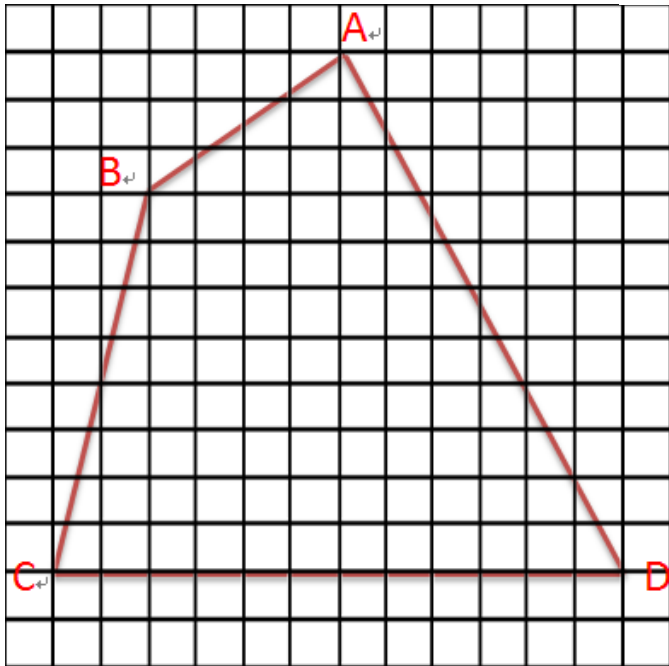
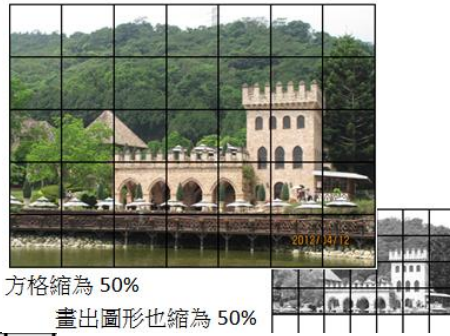
以上圖為例，此圖是一張  $1:3000$  的地圖，表示此圖是將實際地理位置依比例縮小而成，即地圖上任意兩地的距離與實際距離的比為  $1:3000$ 。換句話說，地圖上 1 公分相當於實際的 3000 公分(即 30 公尺)。

〈繪製放大縮小圖~~利用方格〉

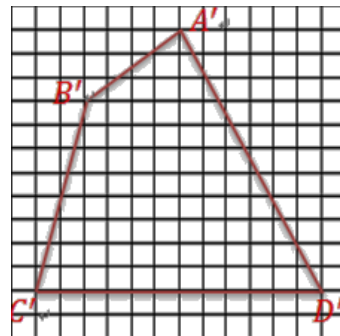
我們可以利用縮放格子的邊長來繪製縮放圖形。

動手比比看

我們將方格邊長縮小成  $\frac{1}{2}$  倍，然後在方格中找出對應的線段。

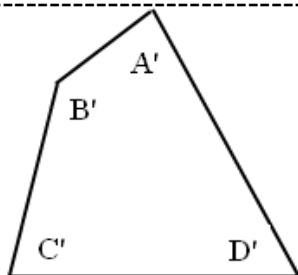


方格邊長縮成  $\frac{1}{2}$



請剪下附件中的四邊形A'B'C'D'，依下列步驟，檢驗四邊形A'B'C'D'是否為四邊形ABCD的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖。

- 它們對應邊的比分別是多少？對應邊是否成比例？  
 $\overline{A'B'} : \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$  ,  $\overline{B'C'} : \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$  ,  $\overline{C'D'} : \overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$  ,  
 $\overline{D'A'} : \overline{DA} = \underline{\hspace{2cm}}$  , 對應邊是否成比例？答：  $\underline{\hspace{2cm}}$  。
- 它們的對應角是否相等？答：  $\underline{\hspace{2cm}}$  。
- 四邊形A'B'C'D'是四邊形ABCD的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖嗎？答：  $\underline{\hspace{2cm}}$  。

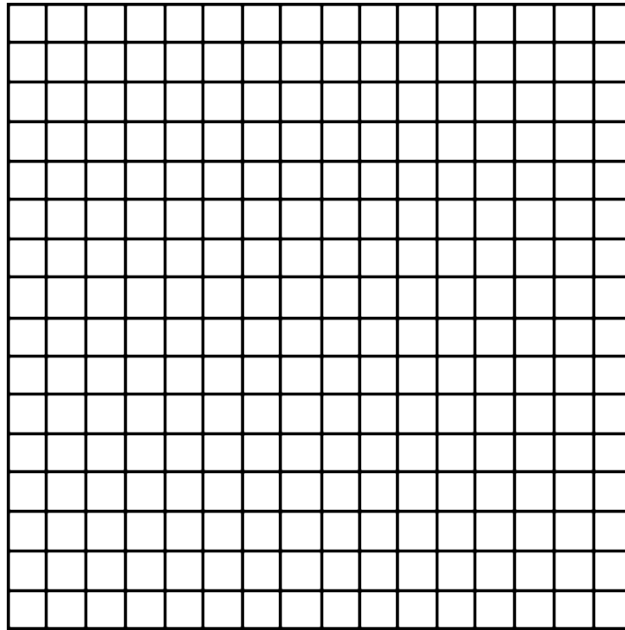
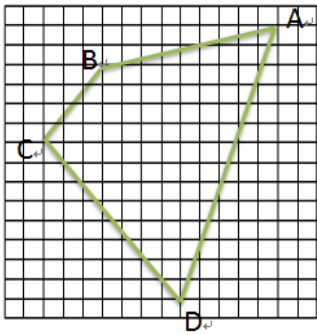


透過檢驗，我們發現：

四邊形 $A'B'C'D'$ 與四邊形 $ABCD$ 的每一組對應邊都成比例(皆為 $1:2$ )，且每一組對應角均相等，故四邊形 $A'B'C'D'$ 為四邊形 $ABCD$ 的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。

### 換你畫畫看看(1)

將左圖方格邊長放大2倍，請在新的方格中找出對應的線段。



### 動手比比看

剪下附件四邊形 $ABCD$ ，依下列步驟，檢驗四邊形 $A'B'C'D'$ 是否為四邊形 $ABCD$ 的2倍放大圖。

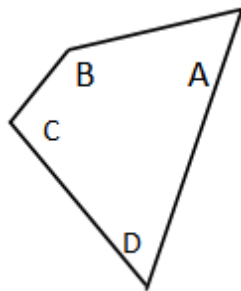
1. 它們對應邊的比分別是多少？對應邊是否成比例？

$$\overline{A'B'} : \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{B'C'} : \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \overline{C'D'} : \overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\overline{D'A'} : \overline{DA} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \text{對應邊是否成比例？答：} \underline{\hspace{2cm}} \text{。}$$

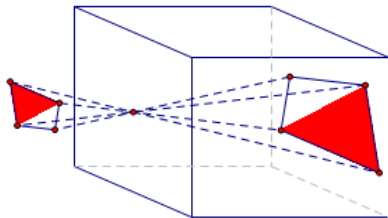
2. 它們的對應角是否相等？答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 四邊形 $A'B'C'D'$ 是四邊形 $ABCD$ 的2倍放大圖嗎？答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

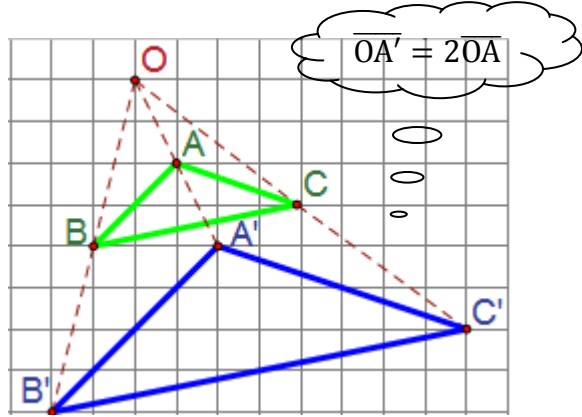


〈繪製放大縮小圖~~利用比例線段〉

我們也可以取一個點作為縮放中心，畫出縮放圖形。如圖，以  $O$  為縮放中心，找出  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的 2 倍縮放點  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ ，畫出的  $\triangle A'B'C'$  就是  $\triangle ABC$  的 2 倍放大圖。

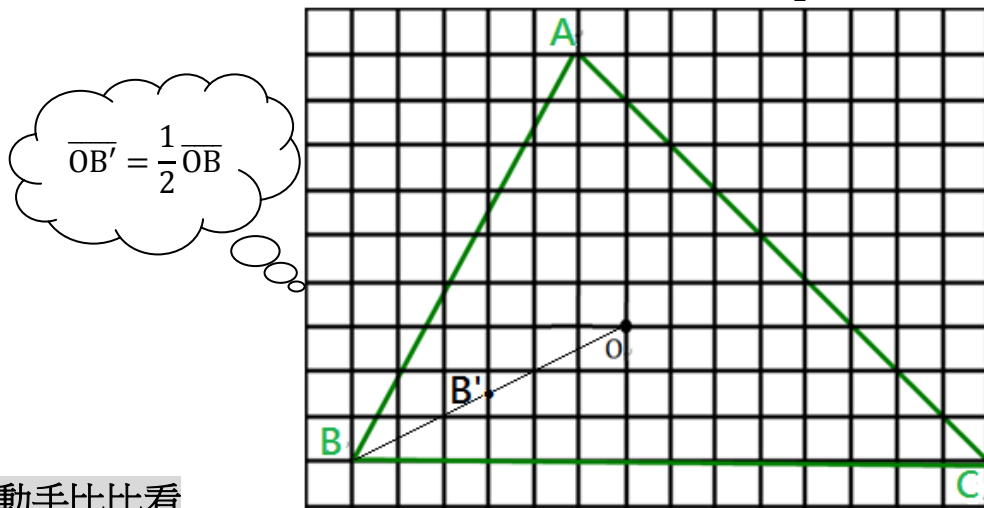


利用針孔成像將圖形放大 2 倍



換你畫畫看看(2)

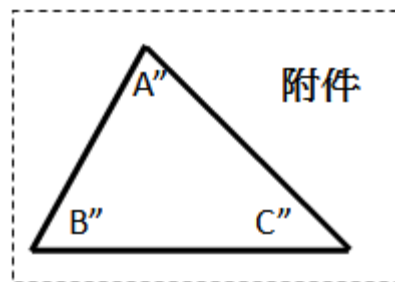
以  $\triangle ABC$  內部的  $O$  點為縮放中心，畫出  $\triangle ABC$  的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖  $\triangle A'B'C'$ 。



動手比比看

剪下附件  $\triangle A''B''C''$ ，依步驟檢驗  $\triangle A'B'C'$  是否為  $\triangle ABC$  的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖。

1.  $\triangle A''B''C''$  與  $\triangle A'B'C'$  是否全等？
2.  $\triangle A''B''C''$  與  $\triangle ABC$  對應邊是否成比例？
3.  $\triangle A''B''C''$  與  $\triangle ABC$  對應角是否相等？
4.  $\triangle A''B''C''$  是  $\triangle ABC$  的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖嗎？
5.  $\triangle A'B'C'$  是  $\triangle ABC$  的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖嗎？



## 主題二 相似多邊形的意義

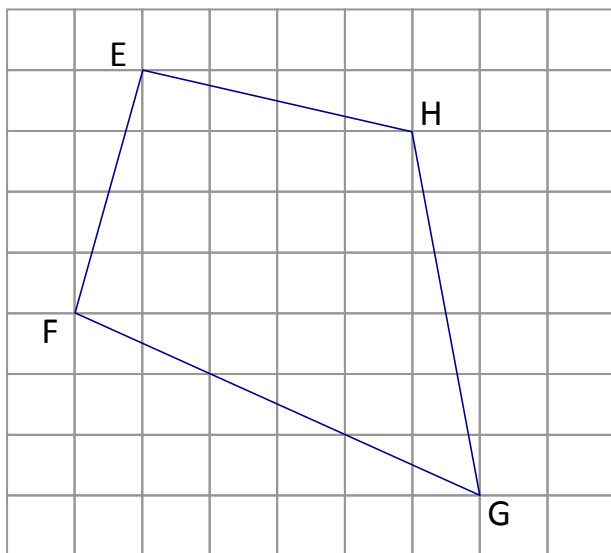
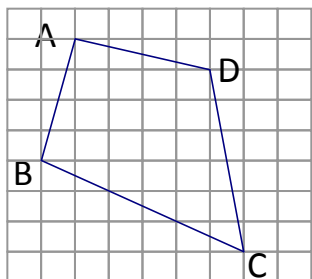
兩個多邊形的對應邊成比例，對應角相等時，我們稱這兩個多邊形是相似多邊形。並以符號「 $\sim$ 」表示相似關係，讀作「相似於」。

如下圖，四邊形  $ABCD$  與四邊形  $EFGH$  的對應邊都成比例（ $1:2$ ），對應角均相等，所以四邊形  $ABCD \sim$  四邊形  $EFGH$ 。

$A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對應頂點依序為  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$ ，

$\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{AD}$  的對應邊依序為  $\overline{EF}$ 、 $\overline{FG}$ 、 $\overline{GH}$ 、 $\overline{EH}$ ，

$\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$  的對應角為依序為  $\angle E$ 、 $\angle F$ 、 $\angle G$ 、 $\angle H$ 。



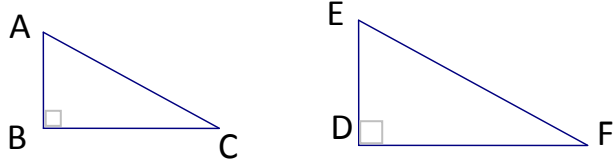
在「主題一：認識放大縮小圖」中，我們畫了多邊形的放大圖或縮小圖，發現它們的對應邊都成比例，且對應角均相等，因此，多邊形與它的放大圖、縮小圖相似。



【隨堂練習】

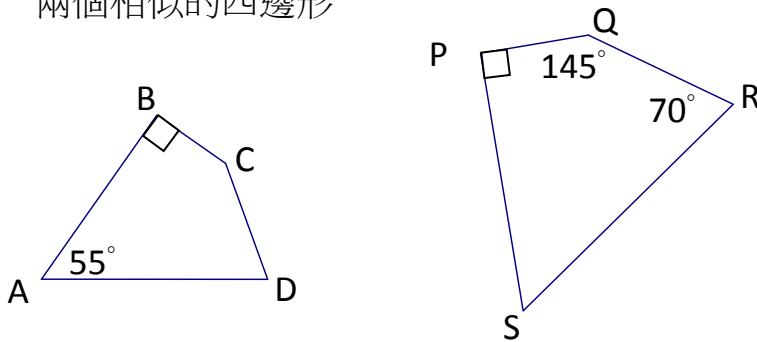
1. 寫出下面相似多邊形的對應角與對應邊。

(1) 兩個相似的直角三角形



$\angle A$ 的對應角是\_\_\_\_\_， $\angle B$ 的對應角是\_\_\_\_\_， $\overline{AB}$ 的對應邊是\_\_\_\_\_，  
 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = \overline{ED} : \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$ 。

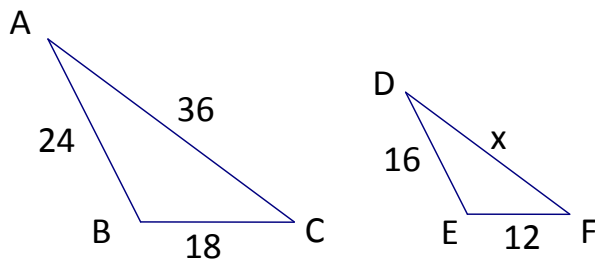
(2) 兩個相似的四邊形



$\angle C$ 的對應角是\_\_\_\_\_， $\angle D$ 的對應角是\_\_\_\_\_， $\angle S = \underline{\hspace{1cm}}$ 度，  
 $\overline{AB}$ 的對應邊是\_\_\_\_\_， $\overline{BC}$ 的對應邊是\_\_\_\_\_。

2.  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，則：

(1)  $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 。(2)  $\triangle DEF$ 是 $\triangle ABC$ 的\_\_\_\_\_倍縮小圖。



3. 已知四邊形的內角和為  $360^\circ$ ，四邊形  $ABCD \sim$  四邊形  $PQRS$ ，  
 其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  分別對應於  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$ ， $\angle Q = 60^\circ$ ， $\angle R = 70^\circ$ ，  
 $\angle S = 100^\circ$ ，則  $\angle A = \underline{\hspace{1cm}}$ 度。

### 〈相似大考驗〉

相似形的判斷方法：

兩個邊數相同的多邊形： 1. 對應角相等 2. 對應邊成比例

例：兩個長方形是否一定相似？

解：長方形的四組對應角對應相等(都是 90 度)

但**對應邊不一定成比例**，

如右圖中，

長方形甲的長、寬分別為 2、1，

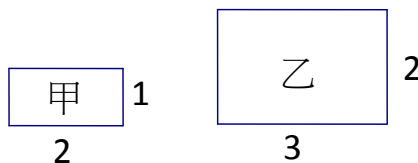
長方形乙的長、寬分別為 3、2，

甲的長：乙的長 = 2 : 3，

甲的寬：乙的寬 = 1 : 2，

$2:3 \neq 1:2$ ，

所以兩個長方形不一定相似。



#### 【換你想想看】

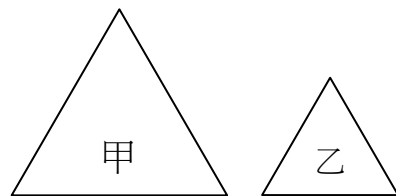
1. 觀察右圖中甲、乙兩個正三角形，

(1) 對應角是否相等？答：\_\_\_\_\_

(2) 對應邊是否成比例？答：\_\_\_\_\_

(3) 甲與乙是否相似？答：\_\_\_\_\_

(4) 兩個正三角形是否一定相似？答：\_\_\_\_\_



2. (1) 兩個菱形的對應角一定相等嗎？ 答：\_\_\_\_\_

(2) 兩個菱形的對應邊一定成比例嗎？ 答：\_\_\_\_\_

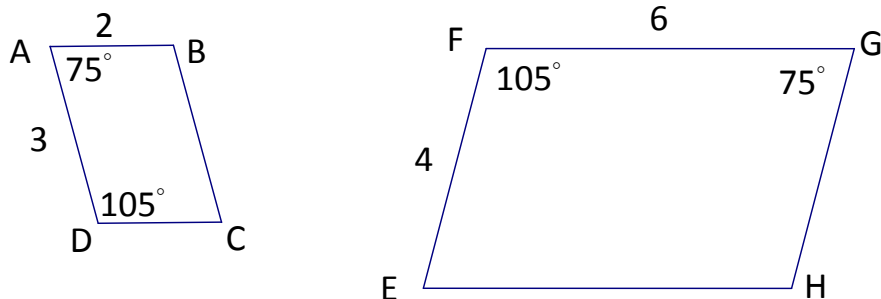
(3) 兩個菱形是否一定相似？ 答：\_\_\_\_\_

3. 以下表格中的兩個多邊形的對應角是否一定相等？  
 對應邊是否一定成比例？並判斷多邊形是否一定相似？  
 若是，請在表格內畫「○」，否則打「×」。

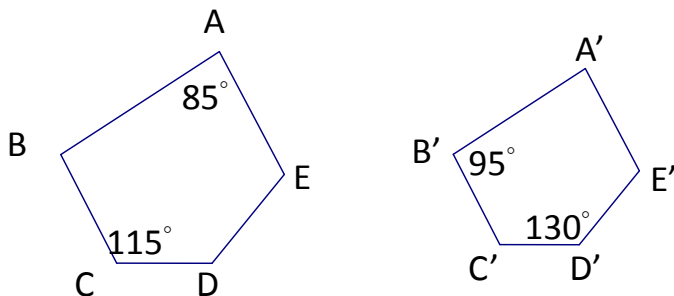
		對應角必相等	對應邊必成比例	一定相似
1	兩個長方形	○	×	×
2	正方形、長方形			
3	兩個菱形			
4	正方形、菱形			
5	兩個正三角形			
6	兩個正方形			
7	兩個正五邊形			

### 主題三 綜合練習

1. 如下圖，平行四邊形 $EFGH$ 是平行四邊形 $ABCD$ 的放大圖，則：



- (1)  $\angle E =$ \_\_\_\_\_度， $\angle H =$ \_\_\_\_\_度。
  - (2) 四邊形 $EFGH$ 是四邊形 $ABCD$ 的\_\_\_\_\_倍放大圖。
  - (3) 四邊形 $EFGH$ 的周長是四邊形 $ABCD$ 周長的\_\_\_\_\_倍。
2. 如下圖，五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $A'B'C'D'E'$ ，其中 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 分別對應於 $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ 、 $E'$ ，則：



- (1)  $\angle B =$ \_\_\_\_\_度。
  - (2)  $\angle E =$ \_\_\_\_\_度。
  - (3)  $\angle A' =$ \_\_\_\_\_度。
  - (4)  $\angle C' =$ \_\_\_\_\_度。
3. 將六邊形 $ABCDEF$ 影印放大成原圖的3倍，得六邊形 $A'B'C'D'E'F'$ ，已知 $\overline{EF} = 6$ 公分， $\angle F = 40^\circ$ ，則 $\overline{EF}$ 的對應邊 $\overline{E'F'} =$ \_\_\_\_\_公分， $\angle F$ 的對應角 $\angle F' =$ \_\_\_\_\_度。

4. 將五邊形  $ABCDE$  用影印機縮小成 80%，得新的五邊形  $A'B'C'D'E'$ ，若  $\overline{AB} = 10$  公分， $\angle E' = 55^\circ$ ，則  $\overline{AB}$  的對應邊  $\overline{A'B'}$  = \_\_\_\_\_ 公分， $\angle E'$  的對應角  $\angle E$  = \_\_\_\_\_ 度。
5. 將四邊形  $ABCD$  放大 5 倍後得到  $A'B'C'D'$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對應頂點分別為  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ 。若  $\angle A + \angle B + \angle C = 275^\circ$ ，則  $\angle D' =$  \_\_\_\_\_ 度。
6. 有一個邊長為 15 公分的正六邊形，是阿哲手繪圖的 3 倍放大圖，則阿哲手繪圖的每一個內角為 \_\_\_\_\_ 度，每一個邊長為 \_\_\_\_\_ 公分。
7. 下列敘述是否正確？是的畫「○」，不是畫「×」。
- ( ) (1) 兩個正六邊形必定相似。
- ( ) (2) 兩個等腰三角形必定相似。
- ( ) (3) 若兩個四邊形的內角皆對應相等，則兩個四邊形必相似。
- ( ) (4) 若兩個四邊形的邊長對應成比例，則兩個四邊形必相似。
8.  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$  的對應頂點分別為  $D$ 、 $E$ 、 $F$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{EF} = 2$ ， $\overline{DE} = 3$ ，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_， $\overline{DF} =$  \_\_\_\_\_。

9. 四邊形  $ABCD \sim$  四邊形  $PQRS$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  分別為  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 、 $S$  的對應頂點，若  $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = x$ ， $\overline{PQ} = 7$ ， $\overline{QR} = 3x - 12$ ，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

10. 四邊形  $ABCD \sim$  四邊形  $A'B'C'D'$ ， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對應頂點分別為  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$ ，且  $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 1 : 2 : 3 : 4$ ，則：  
 $\angle A' =$  \_\_\_\_\_ 度， $\angle C' =$  \_\_\_\_\_ 度。

11. 若兩長方形相似，且邊長如下圖所示，則  $x =$  \_\_\_\_\_。

