

主題四 梯形

一組對邊平行、另一組對邊不平行的四邊形，稱為**梯形**。而不平行的那一組對邊稱為梯形的**兩腰**。兩腰等長的梯形，稱為**等腰梯形**。

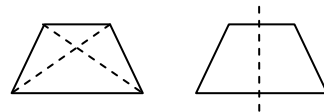


如上左圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，則 \overline{AD} 和 \overline{BC} 稱為梯形 ABCD 的兩腰。通常也稱 \overline{AB} 、 \overline{CD} 為上底和下底，稱 $\angle C$ 、 $\angle D$ 為底角。

(一) 等腰梯形

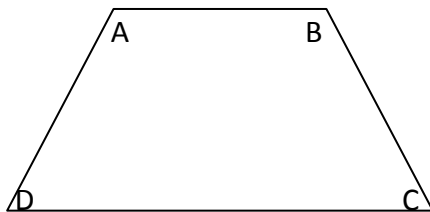
活動四

本頁附圖的四邊形 ABCD 為等腰梯形， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。



- 用直尺連接對角線 \overline{AC} 和 \overline{BD} 。
 - 量出 \overline{AC} 和 \overline{BD} 的長度。答： $\overline{AC} =$ _____ cm， $\overline{BD} =$ _____ cm。
 - \overline{AC} 和 \overline{BD} 是否等長？答：_____。
- 將等腰梯形 ABCD 剪下來，讓 \overline{AD} 和 \overline{BC} 對齊，摺出一條摺痕。
 - 請問等腰梯形是否為線對稱圖形？答：_____。
 - 對摺後，觀察等腰梯形的各邊及各角，在下方空格填入答案：
 $\angle A =$ _____， $\angle C =$ _____， $\overline{AD} =$ _____。

附圖

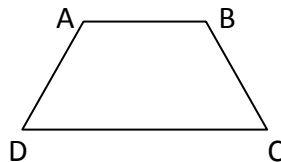


由活動四中，我們得到以下結論：

等腰梯形 ABCD 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 且 $\overline{AD} = \overline{BC}$ ，

則：(1) $\overline{AC} = \overline{BD}$

(2) $\angle A = \angle B$ ， $\angle C = \angle D$



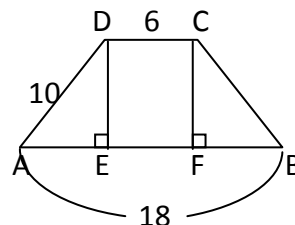
例 16：右圖，ABCD 為等腰梯形， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ 於 E， $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ 於 F， $\triangle ADE$ 與 $\triangle BCF$ 全等。求：

(1) $\overline{EF} = ?$

(2) $\overline{AE} = ?$

(3) 梯形的高 $\overline{DE} = ?$

(4) 梯形的面積 = ?

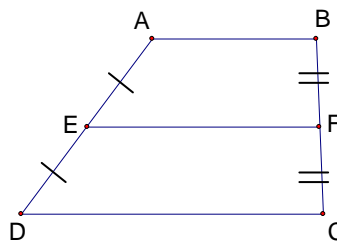


答：(1)6 (2)6 (3)8 (4)96

(二) 梯形中線

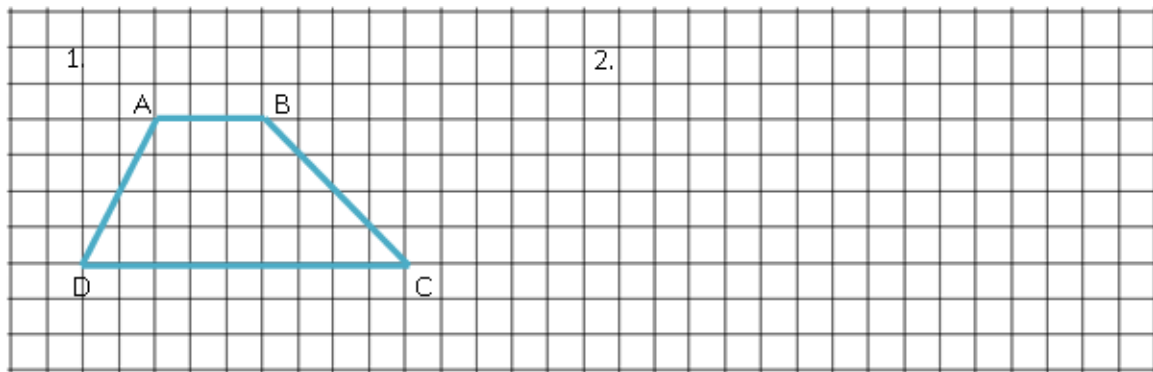
梯形的兩腰中點連線段稱為梯形的中線。

如圖，梯形 ABCD 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，
E、F 分別為 \overline{AD} 、 \overline{BC} 的中點，
則 \overline{EF} 稱為梯形 ABCD 的中線。



活動五

1. 在本頁方格紙上，有一個梯形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，且 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{CD} = 9$ ，高為 4。進行下列步驟並回答問題：



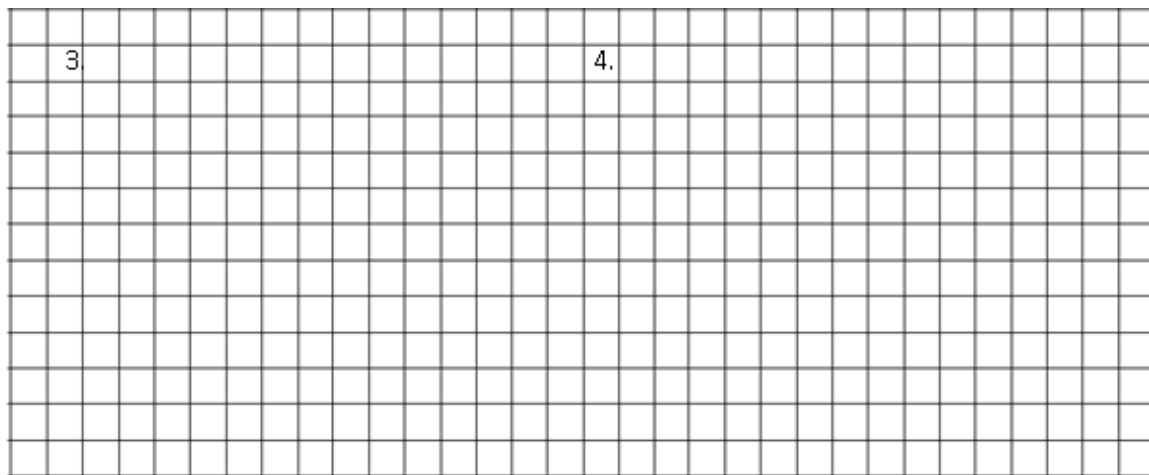
- (1) 分別找出 \overline{AD} 、 \overline{BC} 的中點 E 、 F ，並連接 \overline{EF} 。
- (2) \overline{EF} 是否平行 \overline{AB} ？ 答：_____。
- \overline{EF} 是否平行 \overline{CD} ？ 答：_____。
- \overline{EF} 的長度為多少？ 答：_____。
- (3) 依序寫出 \overline{AB} 、 \overline{EF} 、 \overline{CD} 的長度。 答：3, _____, 9。
- 此三數成_____數列。
- (4) 請問 $\overline{EF} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2}$ 嗎？ 答：_____。
2. 在本頁方格紙上，再畫一個梯形 $A'B'C'D'$ ，使 A' 、 B' 、 C' 、 D' 在格子點上，其中 $\overline{A'B'} \parallel \overline{C'D'}$ ，且梯形的上底 $\overline{A'B'}$ 長為 3，下底 $\overline{C'D'}$ 長為 9，高為 6。
- (1) 畫出梯形的中線 $\overline{E'F'}$ 。 $\overline{E'F'}$ 的長度為_____。
- (2) $\overline{E'F'}$ 是否平行 $\overline{A'B'}$ 和 $\overline{C'D'}$ ？ 答：_____。
- (3) 依序寫出 $\overline{A'B'}$ 、 $\overline{E'F'}$ 、 $\overline{C'D'}$ 的長度。 答：3, _____, 9。
- (4) 請問 $\overline{E'F'} = \frac{\overline{A'B'} + \overline{C'D'}}{2}$ 嗎？ 答：_____。

3. 在本頁方格紙上，畫一個梯形 PQRS，使 P、Q、R、S 在格子點上，其中 $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ ，且 $\overline{PQ} = 4$ ， $\overline{RS} = 10$ ，可任意選擇梯形的高(最好是偶數!)。

(1) 畫出梯形的中線。中線的長度為_____。

(2) 中線是否平行 \overline{PQ} 和 \overline{RS} ？ 答：_____。

(3) 請問中線長 = $\frac{\overline{PQ} + \overline{RS}}{2}$ 嗎？ 答：_____。



4. 在本頁方格紙上，任意畫一個梯形(梯形的頂點均落在格子點上)與它的中線，記錄觀察並回答下列問題：

上底長	中線長	下底長

(1) 中線是否與上底、下底都互相平行？ 答：_____。

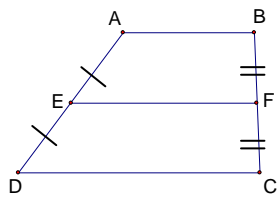
(2) 中線長 = $\frac{\text{上底} + \text{下底}}{2}$ 嗎？ 答：_____。

5. 請你想想看：

(1) 依序寫出梯形的上底、中線、下底的長度，是否形成等差數列？
答：_____。

(2) 梯形的中線長 = $\frac{\text{上底} + \text{下底}}{2}$ 嗎？ 答：_____。

由活動五，我們觀察到梯形的一些特性，整理如下：

<p>梯形 ABCD 中，\overline{EF} 為中線</p> <p>⇒ (1) \overline{EF} 平行梯形的上底和下底</p> <p>(2) $\overline{EF} = \frac{\text{上底} + \text{下底}}{2}$</p>	
--	--

例 17：梯形的上、下兩底長分別為 6 和 8，則其中線長為_____。

答：7

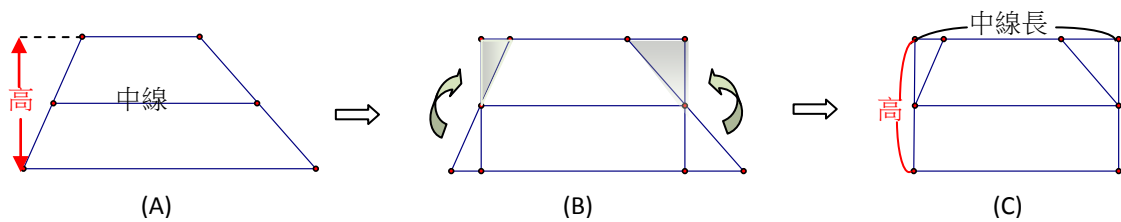
(三) 梯形面積

小學時曾學過：梯形面積 = $\frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}}{2}$ ，

本單元又學到：梯形中線長 = $\frac{\text{上底} + \text{下底}}{2}$

∴ 梯形面積 = $\frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}}{2}$ = 中線長 × 高

我們用下面圖形來說明：



∴ (A)圖梯形面積 = (C)圖矩形面積

∴ 梯形面積 = 中線長 × 高

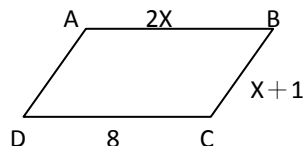
例 18：(1) 梯形的中線長為 10，高為 5，則梯形的面積為_____。

(2) 梯形的面積為 60，且高為 12，則中線長為_____。

答：(1)50 (2)5

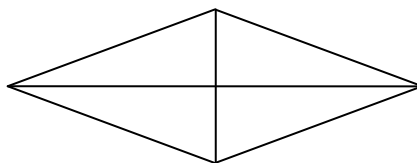
綜合練習

1. 平行四邊形ABCD中， $\overline{AB} = 2x$ ， $\overline{BC} = x + 1$ ， $\overline{CD} = 8$ ，則 $\overline{AD} = ?$



2. 平行四邊形 ABCD 中，若 $\angle A = x^\circ$ ， $\angle C = (2x - 60)^\circ$ ，求 $x = ?$

3. 菱形的對角線分別為 2、6，求此菱形的邊長？



4. 承上題，求此菱形的面積？

5. 如圖，梯形的上底長 a 公分，下底長 $(a+6)$ 公分，高為 4 公分，

(1) 請用 a 的式子寫出梯形的中線長為多少公分？

(2) 請用 a 的式子寫出梯形的面積為多少平方公分？

