

單元八 三角形全等性質的應用

主題一 角平分線性質

【走出健康也走出智慧】

一座無固定時間響的鐘跟兩道相接的圍牆(稱為智慧之牆與健康之牆), 如圖。傳說只要在兩牆圍成的方形地磚(邊長為1公尺)上不停地走(不能碰到牆), 當鐘聲響起時, 能夠以最短距離走到牆邊, 就可得到與該牆同名的祝福(智慧或健康)。若與兩面牆的距離都相等, 到一邊後可回原地再到另一牆邊, 即兼得智慧與健康。



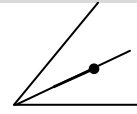
某日, 當鐘響時甲、乙、丙與丁等四人剛好都停在地磚的接縫處, 他們要怎樣才能得到智慧(或健康)? 填填看。

	應走到的牆	離牆最短距離(公尺)	獲得智慧或健康
甲			
乙			
丙			
丁			

* 是否有保證兼得智慧與健康的走法呢？

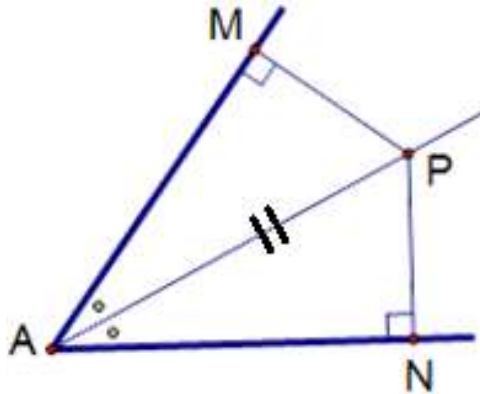
智慧與健康兼得的小口訣~~~角平分線上的點到角的兩邊等距離

這小口訣是否正確？請填填看。



如圖， \overrightarrow{AP} 為 $\angle MAN$ 的角平分線，且 $\overline{PM} \perp \overline{AM}$ 、 $\overline{PN} \perp \overline{AN}$ ，

請說明： $\overline{PM} = \overline{PN}$ 。



先說 $\triangle AMP \cong \triangle ANP$ 再推 $\overline{PM} = \overline{PN}$

說明： $\triangle AMP$ 與 $\triangle ANP$ 中，

$$\angle MAP = \angle \underline{\hspace{2cm}} \quad (\overrightarrow{AP} \text{ 為 } \angle MAN \text{ 的角平分線})$$

$$\overline{AP} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{公用邊})$$

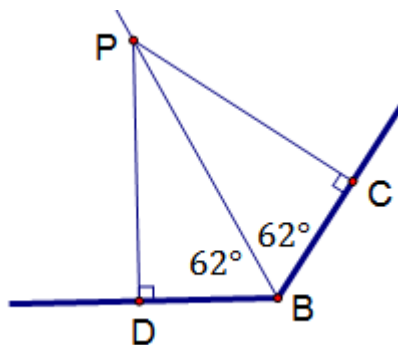
$$\angle PMA = 90^\circ = \angle \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{已知})$$

符合三角形 全等性質， $\triangle AMP \cong \triangle ANP$ ，

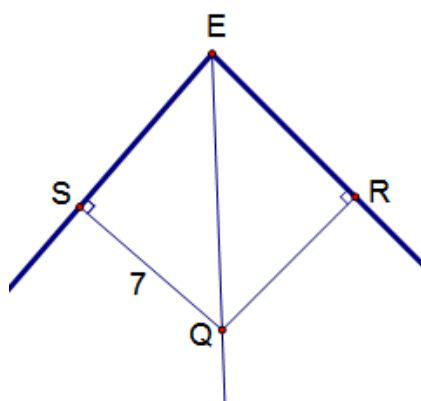
$$\text{所以 } \overline{PM} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{全等對應邊相等})。$$

【小試身手】請根據題目的敘述及圖中的數據，填填看。

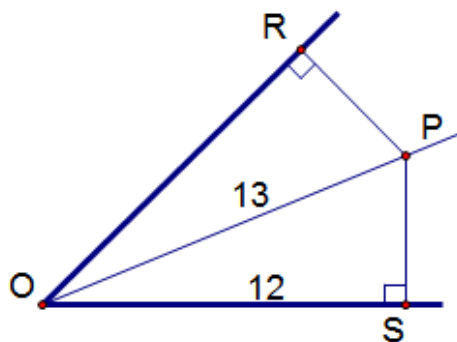
1. 如圖， $\angle PBC = \angle$ _____，
 \overrightarrow{BP} 為 $\angle DBC$ 的 _____ 線，
 \overline{PD} 與哪條線段相等？
 答：_____。



2. \overrightarrow{EQ} 為 $\angle RES$ 的角平分線，
 且 $\angle RES = 86^\circ$ ， $\overline{QS} = 7$ ，
 則 $\angle REQ =$ _____ $^\circ$ ，
 還有哪條線段的長是 7？
 答：_____。



3. 如圖， \overrightarrow{OP} 為 $\angle ROS$ 的角平分線，
 若 $\overline{OS} = 12$ ， $\overline{OP} = 13$ ，
 則 $\overline{PS} = \sqrt{(\quad)^2 - (\quad)^2}$
 $= \sqrt{\quad} =$ _____、
 \overline{PR} 的長為 _____、 \overline{OR} 的長為 _____。

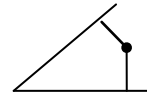


* 根據角平分線的小口訣，只要在兩牆交角的角平分線上走，無論何時與兩牆的距離都必定相等，也就可以兼得健康與智慧。你找對了嗎？



反之，同時得到健康與智慧的人，在鐘聲響起時他一定是站在兩牆夾角的角平分線上。你知道為什麼嗎？

與某角兩邊等距離的點必在該角的角平分線上

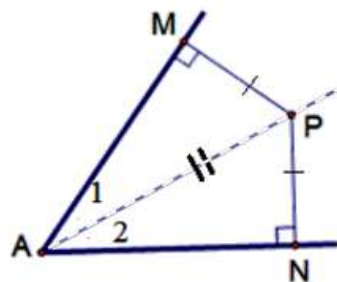


為什麼？填填看就知道了。

如圖， $\overline{PM} \perp \overline{AM}$ 、 $\overline{PN} \perp \overline{AN}$ ，且 $\overline{PM} = \overline{PN}$ ，

請說明：**P**在 $\angle \mathbf{MAN}$ 的角平分線上。

先說 $\triangle \mathbf{AMP}$ 與 $\triangle \mathbf{ANP}$ 全等。



說明：(1) 作 \overline{AP} ，

(2) $\triangle \mathbf{AMP}$ 與 $\triangle \mathbf{ANP}$ 中，

$\angle \mathbf{PMA} = (\quad)^\circ = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (已知)，

$\overline{PM} = \underline{\hspace{2cm}}$ (已知)，

$\overline{AP} = \underline{\hspace{2cm}}$ (公用邊)，

符合三角形_____全等性質，因此 $\triangle \mathbf{AMP} \cong \triangle \mathbf{ANP}$ ，

得 _____ (全等則對應角相等)，

所以 **P** 在 $\angle \mathbf{MAN}$ 的角平分線上。

【小試身手】

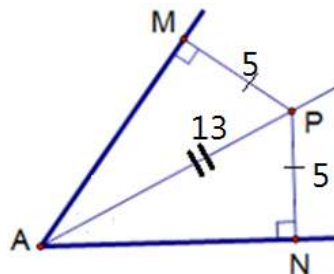
1. 如圖，P 到 $\angle MAN$ 兩邊的距離都是 5，且 $\overline{AP} = 13$ ，則

(1) \overline{AM} 、 \overline{AN} 等於多少？

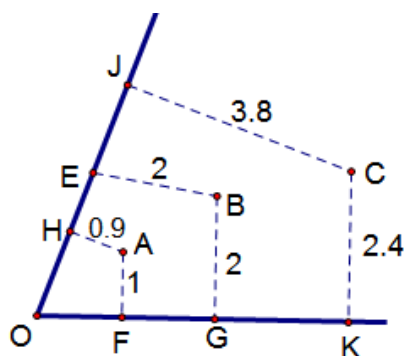
(2) \overline{AM} 、 \overline{AN} 相等嗎？

(3) 哪兩個三角形會符合 SSS 全等性質？

(4) \overline{AP} 是否平分 $\angle MAN$ ？P 在 $\angle MAN$ 的角平分線上嗎？



2. 圖中數據分別為 A、B 與 C 三點與 $\angle O$ 兩邊的距離，其中的哪些點在 $\angle O$ 的角平分線上？



3. 圖中數據分別為 P 與四邊形 ABCD 各邊的距離，則 P 點在哪個內角的角平分線上？

