主題三、重獲新生的幾何學

終於了解尺規作圖的規則，以及學到了這些基本的作圖方法。

回到了古希臘，發現數學家們正在利用這套方法繪製各式各樣的圖形，請你協助他們完成這項工作。

《任務一》

如圖，$\overline{\mathrm{AB}}$、$\overline{\mathrm{CD}}$。分別以點 A,B 為圓心，取$\overline{\mathrm{CD}}$為半徑畫弧，設兩弧交於點 P。連起$\overline{\mathrm{PA}}$和$\overline{\mathrm{PB}}$，得到一個ΔPAB。

≫請作圖並觀察，ΔPAB會是一個什麼樣的三角形？

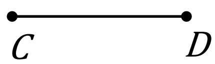
≫如果，數學家們測量出$\overline{\mathrm{AB}}=2\mathrm{cm}$、$\overline{\mathrm{CD}}=3\mathrm{cm}$，則$\Delta PAB$的周長=？

《任務二》

在完成第一個任務後，數學家們想知道如果改用點 C,D 為圓心，仍以$\overline{\mathrm{CD}}$為半徑畫弧，所得到的ΔPCD是個什麼樣的圖形？

(分別以點 C,D 為圓心，取$\overline{\mathrm{CD}}$為半徑畫弧，設兩弧交於點 P。連起$\overline{\mathrm{PC}}$和$\overline{\mathrm{PD}}$。)

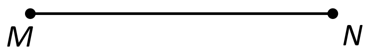
≫請作圖並觀察，ΔPCD會是一個什麼樣的三角形？



《任務三》

數學家們知道，一條線段和其中垂線的交點，會是這條線段的中點。

現在，他們有一條$\overline{MN}$，請你幫忙找出這條線段的中點 P。



在你完成後，有個數學家再度請託你：找出$\overline{MP}$的中點 Q 和$\overline{PN}$的中點 R。

他想知道$\overline{MQ}$、$\overline{QP}$、$\overline{PR}$、$\overline{RN}$這四段會不會一樣長？

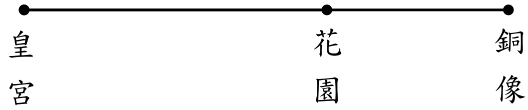
請你用尺規作圖的方法幫他檢驗並且告訴他答案。

此時又有人好奇地跑過來問，$\boldsymbol{\overline{MQ}}$**：**$\boldsymbol{\overline{QN}}$會是多少？

《任務四》

數學家們跟你說，距離皇宮東方 5 公里的地方有一座漂亮的花園，國王想在皇宮與花園之間立一盞路燈，且此**路燈與皇宮相距 4 公里**，但正煩惱著設計圖還沒有畫好。他們另外找到在花園東方 3 公里處的一個英雄銅像。

設計圖的初稿就在這裡，請你幫忙找到這盞路燈豎立的位置。

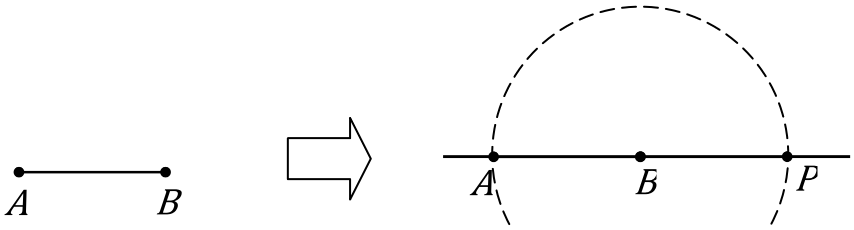


《任務五》

數學家們現在想用尺規作圖方法，畫出一個正方形。

他們已經有了一些想法，請你看著他們的作法，並且幫他們完成。

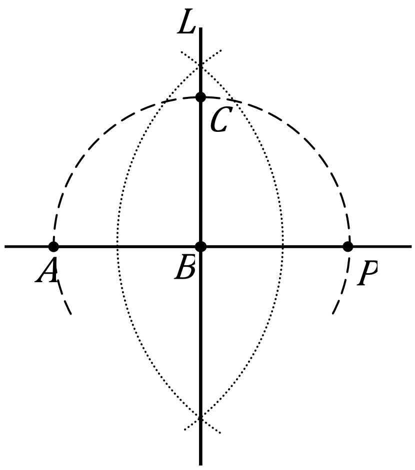
①先畫一個線段$\overline{AB}$，並且將它延伸，找出一個點 P，讓$\overline{BP}=\overline{AB}$。



②因為點 B 是線段$\overline{AP}$的中點，

所以線段$\overline{AP}$的中垂線 L，會過點 B 並且和$\overline{AB}$垂直。

接下來在直線 L 上找一點 C，讓$\overline{BC}=\overline{AB}$。



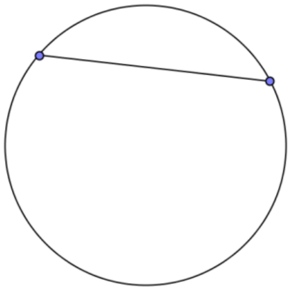
③最後，請繼續完成這個正方形。

《任務六》

數學家們發現，任意給一個圓，可以用尺規作圖的方法找到它的圓心。

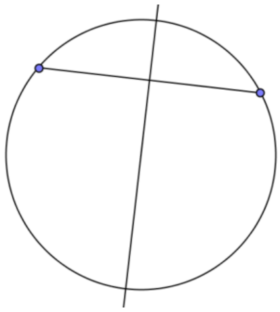
他們是這樣作的：

①先在圓上任意作一條弦。



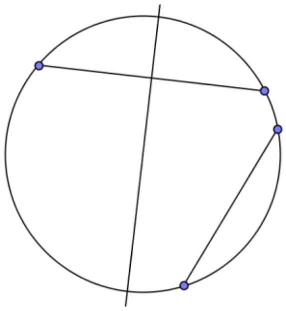
②作出這條弦的中垂線。 (這條中垂線會通過圓心)

因為中垂線上的點到兩端點等距；而圓心到圓上的點也等距。



③再任意作另一條弦，並找出它的中垂線。

這兩條中垂線的交點就是圓心了。



≫他們將這份工作進行了一半，請你幫忙繼續完成，找到圓心的位置。

◎有個數學家突然想到另一個方法，他發現②所作出的圖形可以找到一條直徑。那麼**直徑的中點**就是圓心了。