

單元三 平行

主題一 平行線的意義



看到兩條直通通的鐵軌時，你想到哪個數學詞呢？
沒錯！就是平行。

這些都是實景拍攝的照片，照片中筆直如線的兩條鐵軌似乎會在遠處相交，真的會嗎？

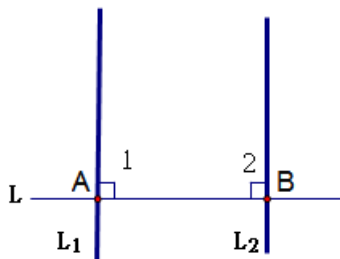


就數學而言，如果同平面上的兩條鐵軌是兩條直線，那麼只要能找出一條同時跟這兩條鐵軌垂直的直線，就稱這兩條鐵軌平行。

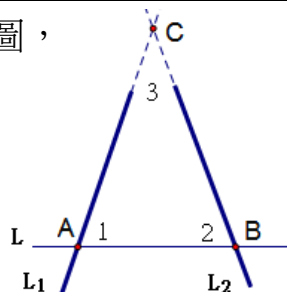
平行線的意義

平面上，與同一直線垂直的兩條直線會相交嗎？

如圖，已知直線 L_1 、 L_2 同時與直線 L 垂直，且與 L 交於 A 、 B 兩點。那麼直線 L_1 與 L_2 會不會相交呢？



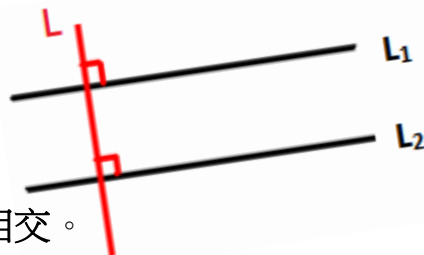
假設直線 L_1 與 L_2 會相交，設交點為 C ，如圖， A 、 B 、 C 成一三角形，得 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ；
 又已知 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ ，
 推得 $\angle 3$ 等於 0° ，這是不可能的，
 因此直線 L_1 與 L_2 不會相交。



所以，平面上，與同一直線垂直的兩條直線永不相交。

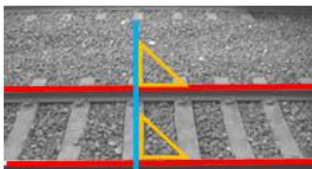

在同一平面上，若兩直線能找到一條共同的垂直線，我們就稱這兩直線互相平行。

如圖，直線 L_1 、 L_2 同時與直線 L 垂直，則 L_1 與 L_2 平行，記作「 $L_1 // L_2$ 」，讀作「 L_1 平行於 L_2 」。



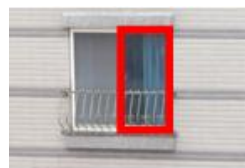
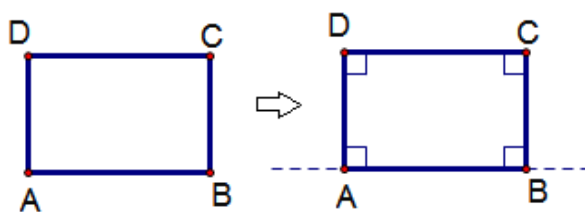
由前面的討論可知，平行的兩直線永不相交。

鐵軌看似相交，那是視線對於遠近距離造成的錯覺，其實它們永不相交！”

平行線小討論

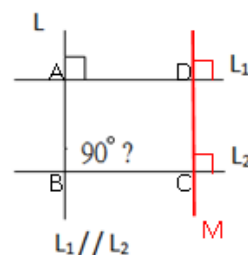
討論 1. 長方形的對邊平行嗎？



- (1) 如圖，長方形 $ABCD$ 的內角都是幾度？
- (2) \overline{DA} 、 \overline{CB} 都與 \overline{AB} 垂直嗎？ \overline{DA} 與 \overline{CB} 是否平行？
- (3) \overline{DC} 與 \overline{AB} 是否平行？ 為什麼？
- (4) 由(2)、(3)的結果，長方形的對邊會平行嗎？

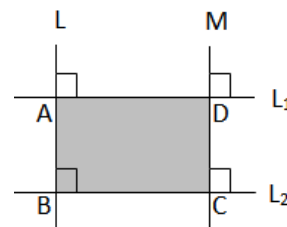
討論 2. 如圖， $L_1 // L_2$ ，且 L_1 、 L_2 都垂直於直線 M ，
若直線 L 與 L_1 垂直，則 L 也會與 L_2 垂直嗎？

- (1) 四邊形 $ABCD$ 中的內角和是幾度？
- (2) $\angle ABC$ 等於幾度？
- (3) L 與 L_2 垂直嗎？



由上可得在平面上，若 $L_1 // L_2$ ，則垂直 L_1 的直線，也會與 L_2 垂直。

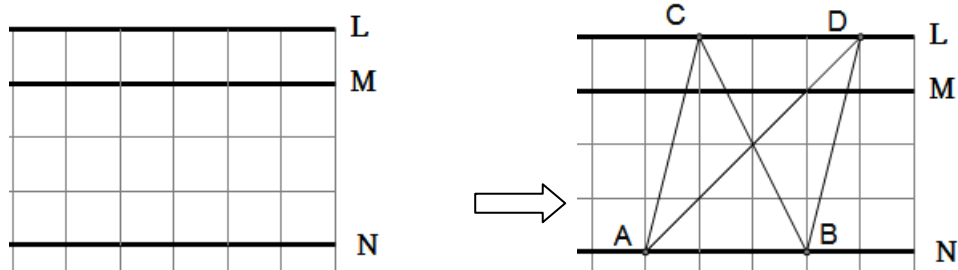
再者，四邊形 $ABCD$ 為長方形，因此對邊等長，
所以 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，可知兩平行線間的垂直線段都等長，
我們稱此垂直線段長為其兩平行線間的距離。因此



兩平行線間的距離處處相等!!!

牛刀小試

1. 如圖，小方格的邊長是 1，沿著方格邊緣畫出直線 L、M、N，試問：

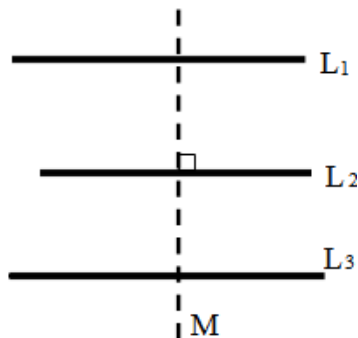


- (1) 直線 L、M 是否平行？ 如果平行，那麼它們的距離是多少？
- (2) 直線 L、N 是否平行？ 如果平行，那麼它們的距離是多少？
- (3) 上圖中，A、B 同在哪一條直線上？ C、D 同在哪一條直線上？
- (4) 上圖中， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ABD$ 的面積是否相等？為什麼？
(提示：三角形面積 = $\frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$)
- (5) 上圖中，請在直線 L 上任意取一點 E，並畫出 $\triangle ABE$ ，
那麼 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ABC$ 的面積是否相等？為什麼？

2. 下列 a、b、c、d 等 4 個敘述是帥儒為說明

「若 $L_1 // L_2$ ， $L_2 // L_3$ ，則 $L_1 // L_3$ 。」所寫的推導內容，請寫出正確的推導順序。(註：有兩種順序排列都可成為答案，寫出一種即可。)

- a. 因為 $L_1 // L_2$ ，且 $M \perp L_2$ ，所以 $M \perp L_1$ 。
- b. 畫一直線 M，且 $M \perp L_2$ 。
- c. 因為 $M \perp L_1$ 、 $M \perp L_3$ ，所以 $L_1 // L_3$ 。
- d. 因為 $L_2 // L_3$ ，且 $M \perp L_2$ ，所以 $M \perp L_3$ 。



答： → → 。