

主題二 等差數列的一般項

活動一 每人有 1~10 號的號碼卡片各一張

步驟一: 請把有數字那面朝下, 打散後任意抽取卡片, 翻開且擺在
<表一>的首項與公差的欄位上。

步驟二: 計算由此首項及公差形成的等差數列, 第 3 項的值為何

步驟三: 重複步驟一到步驟二共 3 次, 並將結果記錄在<表二>

<表一>

首項	公差	第 3 項
例: <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;">2</div>	<div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;">5</div>	12

<表二>

首項	公差	第 3 項	計算過程
例: 2	5	12	$2+5+5=12$

同樣的遊戲規則, 若改為計算第 5 項之值, 請完成<表三>

<表三>

首項	公差	第 5 項	計算過程
例: 2	5	22	$2+5+5+5+5=22$

--	--	--	--

活動二: 由老師隨機從 1~10 號抽出 3 張卡片, 分別擺在下表三個位置

首項	公差	第 10 項
例: 2	5	?

請同學舉手搶答, 表格中的 ” ? ” 應是何值?

並將結果記錄下來

首項	公差	第 項
 	 	
首項	公差	第 項
 	 	
首項	公差	第 項
 	 	

<思考>

有沒有什麼比較快速的方法能處理這個問題呢？

我們將這個問題用數學的表示法寫下來，

公差 $d = 5$

首項 $a_1 = 2$

第 2 項 $a_2 = 2 + 1 \times 5 = 7$

第 3 項 $a_3 = 2 + 2 \times 5 = 12$

第 4 項 $a_4 = 2 + 3 \times 5 = 17$

第 5 項 $a_5 = 2 + 4 \times 5 = 22$

...

第 n 項 $a_n = 2 + (n-1) \times 5$

故若 $n=10$ 則 $a_{10} = 2 + (10-1) \times 5$

$$= 2 + 9 \times 5$$

$$= 47$$

觀念一點通：

公差 d

首項 a_1

第 2 項 $a_2 = a_1 + 1 \times d = a_1 + (2-1) \times d$

第 3 項 $a_3 = a_1 + 2 \times d = a_1 + (3-1) \times d$

第 4 項 $a_4 = a_1 + 3 \times d = a_1 + (4-1) \times d$

第 5 項 $a_5 = a_1 + 4 \times d = a_1 + (5-1) \times d$

...

第 n 項 $a_n = a_1 + (n-1) \times d$

<數學溝通橋---小遊戲>

同學回家可仿照上述遊戲規則，一副撲克牌，兩人比賽，輪流抽三張牌，分別代表**首項**、**公差**及所形成的等差數列**第某項**的值，先把答案回答出來的人，能拿回三張牌，待 52 張牌都抽完，由擁有牌數最多的人獲勝。

在上面的活動，我們的號碼卡片是從 1~10 號，這些號碼都是正的
<動動腦>首項、公差、項數可以是怎樣的數字，連連看

首項 ●	● 正數
公差 ●	● 0
項數 ●	● 負數

牛刀小試

1. 設一等差數列的首項為 -2 ，公差為 5 ，
則此數列的第 3 項為_____
2. 設一等差數列的首項為 2 ，公差為 -5 ，
則此數列的第 3 項為_____
3. 設一等差數列的首項為 -2 ，公差為 -5 ，
則此數列的第 3 項為_____
4. 已知一等差數列 $1, 4, 7, 10, 13, \dots$ ，
則此數列的第 n 項為_____
5. 已知一等差數列 $-5, -2, 1, 4, 7, \dots$ ，
則此數列的第 n 項為_____
6. 設一等差數列的首項為 2 ，公差為 5 ，
則此數列的第 100 項為_____

觀念一點通：

如果一個數列總共有 n 項，首項為 a_1 ，末項為 a_n ，公差為 d

則 n 稱為這個數列的項數，

$a_n = a_1 + (n-1) \times d$ 則稱為此數列的一般項

主題三 等差級數**一、級數**

範例 3: 下表是麻糬專賣店的價目表

麻糬 價目表	
芝麻	10 元
花生	10 元
抹茶紅豆	15 元
楓漿	15 元
酒釀	15 元
養生炭	20 元

由麻糬的價目表形成的數列為

10, 10, 15, 15, 15, 20

若各種口味都想買一個來吃吃看，

則總共要付多少錢？

解：

$10+10+15+15+15+20 = 85$ 元