

單元一 等差數列與等差級數

主題一 數列

一、生活中的數列

範例 1 大樂透號碼



大樂透號碼 07,22,27,30,41,46

像這樣將數字排成一列，無論有規律、沒規律或重複出現都叫做數列。

觀念一點通：

在數列中的每一個數字成為項，第一個數字稱為第 1 項或是首項，第二個數字稱為第 2 項，……，最後一個數字稱為末項。

其中，首項記為： a_1 第 2 項記為： a_2 末項記為： a_n

上面的例子中：

首項 a_1 = _____，第 2 項 a_2 = _____，末項 a_n = _____

練習 1.1 抓餅價目表

抓餅 價目表	
原味	20 元
原味加蛋	25 元
蔬菜蛋	30 元
玉米蛋	35 元
火腿蛋	35 元
雙層起司總匯	59 元

抓餅的價目表 20,25,30,35,35,59

想想看，這也是數列嗎？答：_____

有沒有甚麼規律？答：_____

練習 1.2 身高量尺



身高量尺
 160,150,140,130,120,110,100,90,80,70
 想想看，這也是數列嗎？ 答：_____。
 有沒有甚麼規律？ 答：_____。

牛刀小試

1. 觀察下圖




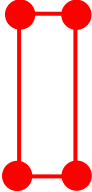
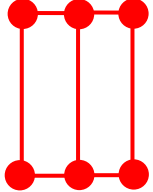
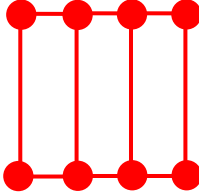
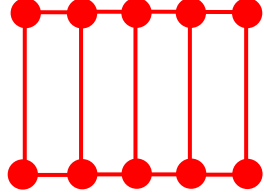
列出你看到的數列，並寫出首項、第 2 項、末項為何？

2. 試舉出生活中數列的例子

二、等差數列：



將長方形  個數
與交點個數，記錄
下來並轉化成數列

長方形個數	1	2		
交點個數	4			
圖形				

可得以下關係：

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 6 = a_1 + 2$$

$$a_3 = 8 = a_2 + 2$$

$$a_4 = 10 = a_3 + 2$$

...

我們發現其中任意相鄰的兩項，_____都等於 2


例如：

$$a_2 - a_1 = 6 - 4 = 2$$

$$a_3 - a_2 = 8 - 6 = 2$$

觀念一點通：

由交點個數所形成的數列 $4, 6, 8, 10$



像這樣任意相鄰的兩項，後項減去前項都一樣的數列，稱為等差數列且以 $\langle a_n \rangle$ 表示，而這個差稱為公差。

想想看

我們看過的例子裡，有哪些是等差數列？

範例 2: 撲克牌 1,2,3,4,5,6,7

是等差數列嗎？如果是，公差是多少呢？

解：因為此數列任意相鄰的兩項，後項減去前項都為 1，

所以，是等差數列，且公差為 1

練習 2.1: 大樂透號碼 07,22,27,30,41,46

是等差數列嗎？如果是，公差是多少呢？

練習 2.2: 身高量尺 160,150,140,130,120,110,100,90,80,70

是等差數列嗎？如果是，公差是多少呢？

<動動腦>

像 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3 這樣的數列，

是等差數列嗎？ 如果是，公差是多少呢？

牛刀小試

一、

觀察下列數列的規律，填入適當的數字並回答問題

1. 3, 7, 11, 15, 19, _____, _____

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

2. 13, 11, 9, 7, _____, _____

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

3. 1, 2, 4, 8, 16, _____, _____

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

4. 2, 1, 3, 2, 1, 3, 2, 1, _____, 2, _____, 3

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

5. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, _____, _____

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

6. -1, 10, -3, 100, -5, 1000, -7, 10000, _____, _____

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

7. _____, a-3, a, a+3, a+6, a+9, _____

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

8. _____, a, a, a, a, _____

Q: 不是 是 (公差=_____) 等差數列

自我檢視表:

1. 我能看出規律，並能將正確的數字填入數列 是 否

2. 我會判斷一個數列是否為等差數列 是 否

3. 我知道等差數列的公差為多少 是 否

二、算算看多少錢

1 以下是台中地區日間時間(早上 6 點~晚上 10 點)的計程車計費表

里程	1.5km 內	1.75km	2km	2.25km	2.5km	2.75km	3km
車資	85 元	90 元	95 元	100 元	105 元	110 元	115 元

(1)由車資所列出的數列是等差數列嗎? 如果是, 公差是多少呢?

(2)小之搭計程車回家, 到家時計程車上的表顯示為 4km, 請問他要付多少錢給司機呢?

2 以下是小之本週的記帳表

	週一	週二	週三	週四	週五	週六	週日
花費(元)	200	200	200	200	200	200	200
剩餘(元)	1300	1100	900	700	500	300	?

(1)如果小之一個禮拜的零用錢是 1500 元, 每天固定花 200 元, 請問小之過一個禮拜後, 剩下多少零用錢?

(2)由每日剩餘的錢所列出的數列是等差數列嗎? 如果是, 公差是多少呢?

觀念一點通:

公差的值可以為正, 可以為負, 可以為 0, 事實上, 公差可以是任意實數。

- 公差為正時: 數列的值依序遞增
- 公差為負時: 數列的值依序遞減
- 公差為 0 時: 各項維持不變