

主題五 等號右邊不等於 0 怎麼辦？



小明，剛才你說你會解一元二次方程式了，對不對？

對啊！老師你可以考考我喔！



好，老師問你一個問題，請你求出 $x(2x+1) = 1$ 的解。

我來算算看，等我一下喔！



$$x(2x+1) = 1$$

$$x = 1 \text{ 或 } 2x+1 = 1$$

$$x = 1 \text{ 或 } 2x = 0$$

$$x = 1 \text{ 或 } x = 0$$



小明，你的答案對嗎？

唉唷，換你不相信我了，
我驗算給你看！



方程式為 $x(2x+1) = 1$

① x 用 1 代入，

② x 用 0 代入

左邊： $1 \cdot (2 \cdot 1 + 1)$
 $= 3$



怎麼會這樣！
為什麼無法使等式成立？



我問你， $() \times () = 1$ ，
那麼 $()$ 內可以填進什麼數呢？



1 啊？ 1×1 不是等於 1 嗎？





是啊！但是，那是兩個數同時都要是 1 才行！
如果只有一個是 1，是不行的！
例如 1×5 ，不會等於 1 啊！

而且，除了 $1 \times 1 = 1$ 之外，還有
 $(-1) \times (-1)$ 也等於 1， $2 \times \frac{1}{2}$ 、 $3 \times \frac{1}{3}$ 、……
都是 1，好多好多呢！



意思是...從 $A \times B = 1$ ，並不能就說
 $A = 1$ 或 $B = 1$ ？



是的！只有從 $A \times B = 0$ ，才可得知 $A = 0$ 或 $B = 0$ 。

怎麼這麼多可能啊...那要怎麼
算出解來，好麻煩喔。



這個簡單，把方程式轉變成等號
右邊為 0 的樣子啊！



那我再試試看。



$$\begin{aligned}
 &x(2x+1) = 1 \\
 &x(2x+1) - 1 = 0 \quad (\text{利用等量公理，等號兩邊同減 } 1) \\
 &2x^2 + x - 1 = 0 \\
 &(2x-1)(x+1) = 0 \quad (\text{利用十字交乘法因式分解}) \\
 &2x-1=0 \text{ 或 } x+1=0 \quad (\text{若 } A \times B = 0, \text{ 則 } A = 0 \text{ 或 } B = 0) \\
 &2x = 1 \text{ 或 } x = -1 \\
 &x = \frac{1}{2} \text{ 或 } x = -1
 \end{aligned}$$

你把答案代回原方程式
驗算一下。



OK！我現在就來算。



驗算：

原方程式為 $x(2x+1) = 1$

① x 用 $\frac{1}{2}$ 代入

左邊得 $\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \frac{1}{2} + 1)$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$= 1$$

② x 用 -1 代入

左邊得 $(-1) \cdot [2 \cdot (-1) + 1]$

$$= (-1) \cdot (-1)$$

$$= 1$$



真的耶，這樣算出來就對了，
而且也不用討論得那麼麻煩。

大家都做的不錯！

當我們遇到等號右邊不等於 0 的一元二次方程式時，
可先利用等量公理讓等號右邊變為 0，接著使用因式分
解的方法來解方程式。



例子講解



解下列各一元二次方程式：

(1) $x^2 = 3x$

$$x^2 - 3x = 0$$

(利用等量公理，等號兩邊同減 $3x$)

$$x(x-3) = 0$$

(提出公因式 x ，做因式分解)


$$x = 0 \text{ 或 } x - 3 = 0$$

(若 $A \times B = 0$ ，則 $A = 0$ 或 $B = 0$)

$$x = 0 \text{ 或 } x = 3$$

別忘記要讓等號右邊等於 0 喔！





牛刀小試

試求出下列一元二次方程式的解：

(1) $x^2 = 4x$

(2) $x^2 = 25$

(3) $x(x+2) = -1$

(4) $x(x-1) = -3x$

(5) $(x+1)(x-1) = 3$

(6) $2x^2 - 8x - 2 = 5x - 17$