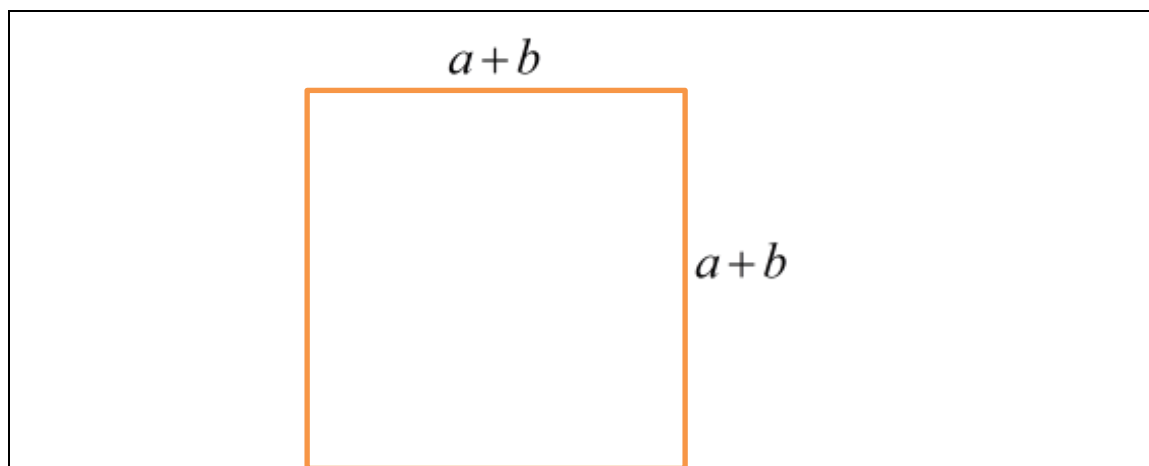
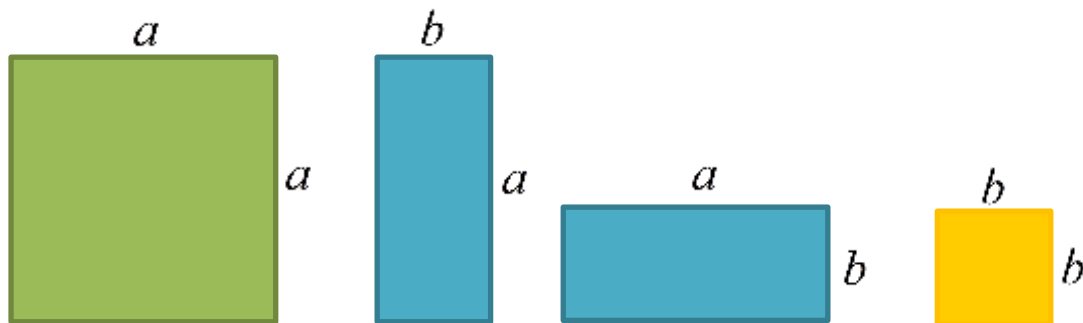


單元七 用乘法公式或十字交乘法因式分解

主題一 動手組裝我最行！

下面有一些正方形和長方形，動手拼拼看，靈巧的你/妳可以用這四張紙卡拼裝出指定的形狀嗎？(請用附件一)

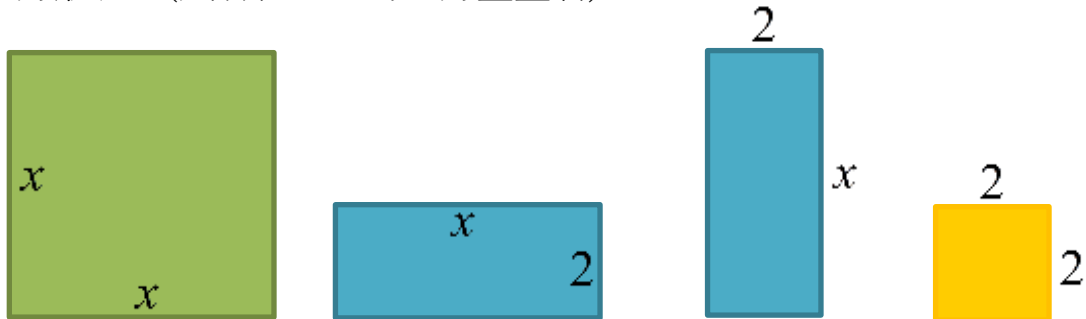


怎麼拼出上面這個大正方形？(把拼好的紙卡貼在圖形上)

- (1) 所用的四張紙卡，它們的面積分別是多少？
- (2) 所用的四張紙卡，面積加起來是多少？
- (3) 用「邊長×邊長」表示，所拼成大正方形的面積為何？
- (4) 請列式表示「所用的四張紙卡面積和」與「大正方形面積」的關係。

【Part One】

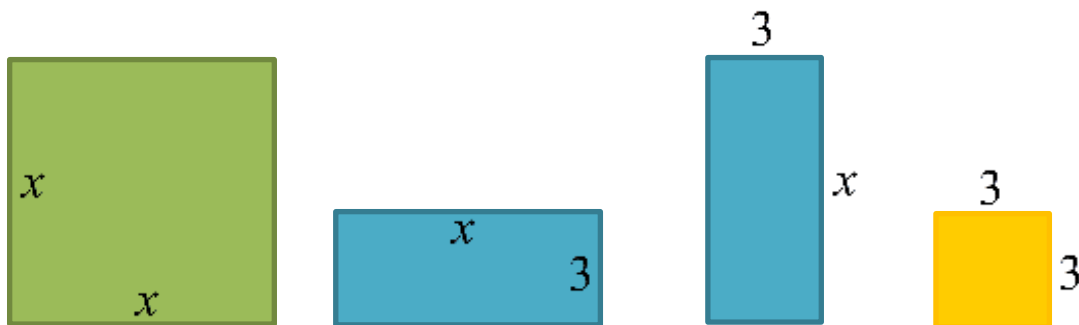
1. 用下面這四張正方形和長方形的紙卡，你可以拼出什麼樣的大正方形呢？(試著在空白的地方畫畫看)



- (1) 這四張紙卡的面積和是_____
- (2) 這四張裡面有_____張紙卡面積必相同
- (3) 拼出的大正方形的邊長為_____，
用「邊長×邊長」表示，其面積是_____。
- (4) 「四張紙卡面積和」與「所拼成的大正方形面積」相等嗎？_____
- (5) 參考上面的圖示及過程，完成下式：

$$\begin{aligned}
 & x^2 + 2x + 2x + 4 \\
 & = x^2 + 4x + 2^2 \\
 & = (\quad) (\quad) \\
 & =
 \end{aligned}$$

2. 用下面這四張正方形和長方形的紙卡，你可以拼出什麼樣的大正方形呢？(試著在空白的地方畫畫看)



- (1) 有四張紙卡，他們的面積和是 $x^2 + 3x + 3x + 9$ ，將它們拼成大正方形後，大正方形的邊長是_____，用「邊長×邊長」表示，其面積是_____。

(2) $x^2 + 3x + 3x + 9$

$$= x^2 + 6x + 9$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$= (\quad) (\quad)$$

||

$$=$$

$$(a+b)^2$$

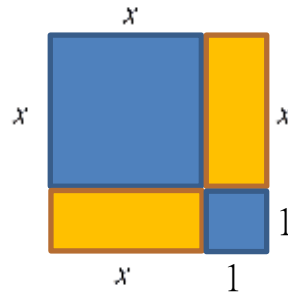
3. 因式分解下列各題

(1) $x^2 + 2x + 1$

解： $x^2 + 2x + 1$

$= x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2$

$=$



(2) $x^2 + 10x + 25 =$

繼續完成哦

4. 練習題：

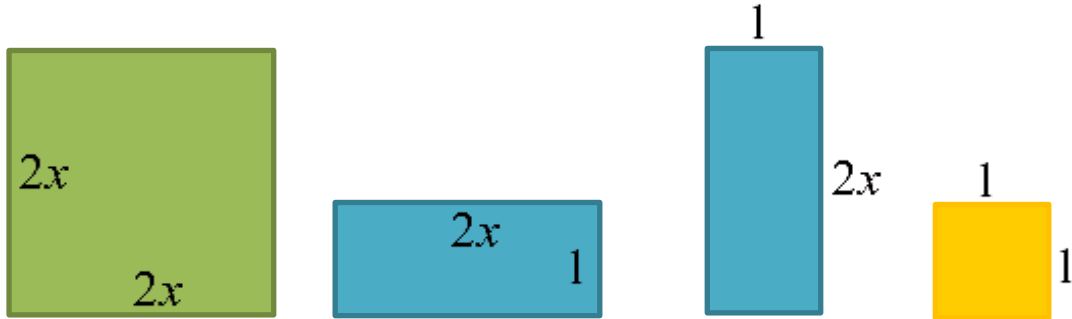
因式分解下列各題

1. $x^2 + 12x + 36 =$

2. $x^2 + 8x + 16 =$

【Part Two】

1. 用下面這四張正方形和長方形的紙卡，你可以拼出什麼樣的大正方形呢？(試著在空白的地方畫畫看)



- (1) 這四張紙卡的面積和為_____
- (2) 將這四張紙卡拼成一個大正方形，邊長是_____，
用「邊長×邊長」表示，其面積是_____

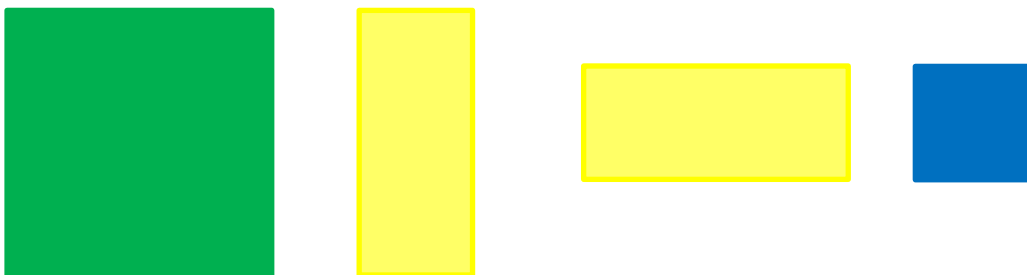
(3) $4x^2 + 4x + 1$
 $= (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2$
 $= (\quad) (\quad)$
 $=$

$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$
 \parallel
 $(a+b)^2$

2. 利用下面四張正方形和長方形的紙卡，配合各題題目，填入紙卡的邊長，將它們拼裝成一個大正方形，並完成題目。

(1) $25x^2 + 5x + 5x + 1$
 $= (\quad) (\quad)$
 $=$

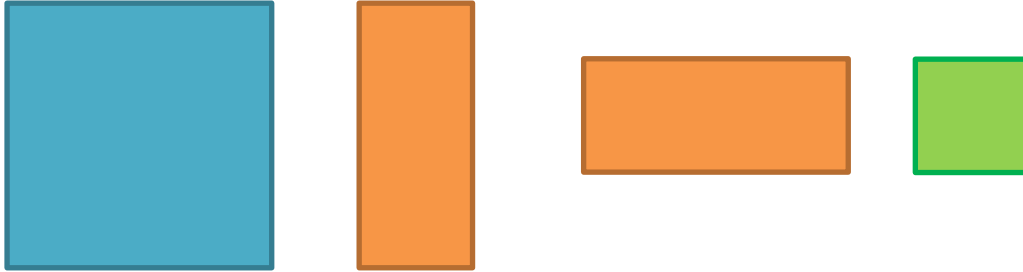
繼續完成哦



$$(2) 16x^2 + 2 \cdot 4x + 1$$

$$= (\quad) (\quad)$$

$$=$$



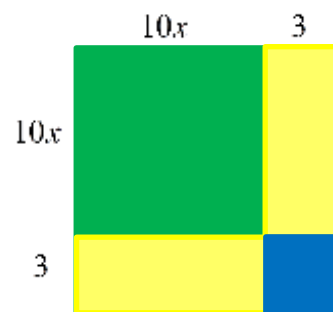
$$(3) 9x^2 + 12x + 4 =$$



3.例：

$$(1) \text{ 因式分解 } 100x^2 + 60x + 9$$

$$\begin{aligned} \text{解： } & 100x^2 + 60x + 9 \\ & = (10x)^2 + 2 \cdot 10x \cdot 3 + 3^2 \\ & = (10x+3)(10x+3) \\ & = (10x+3)^2 \end{aligned}$$



$$(2) \text{ 因式分解 } 9x^2 + 30x + 25$$

$$\begin{aligned} \text{解： } & 9x^2 + 30x + 25 \\ & = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 \\ & = (3x+5)(3x+5) \\ & = (3x+5)^2 \end{aligned}$$

4. 練習題：

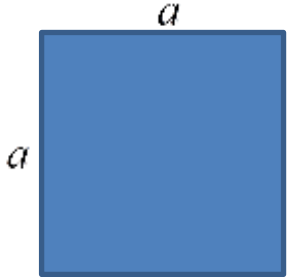
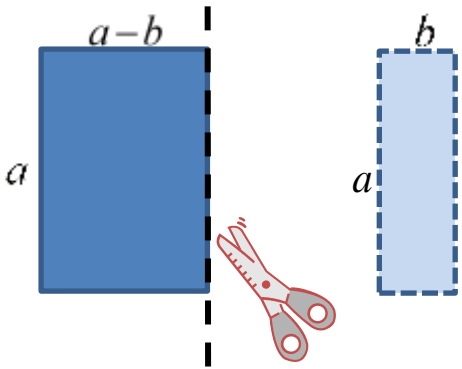
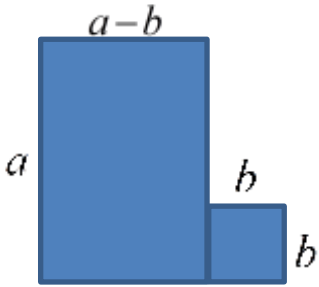
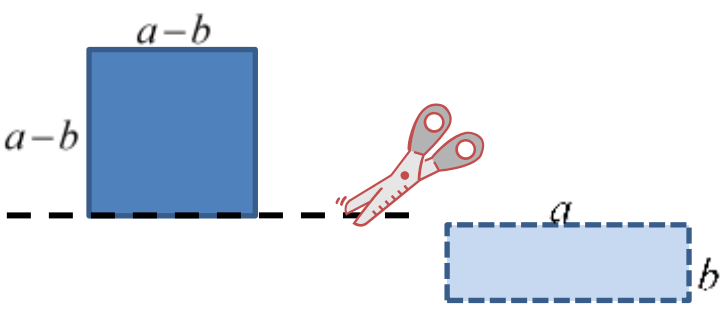
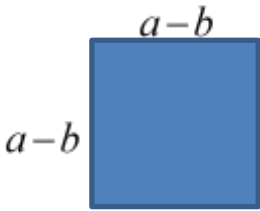
因式分解下列各題

(1) $9x^2 + 6x + 1 =$

(2) $4x^2 + 12x + 9 =$

(3) $16x^2 + 40x + 25 =$

主題二 利用乘法公式 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ 作因式分解

	a^2
	$a^2 - ab$
	$a^2 - ab + b^2$
	$a^2 - ab + b^2 - ab$
	$\begin{aligned} a^2 - ab + b^2 - ab \\ = a^2 - 2ab + b^2 \\ = (a-b)^2 \end{aligned}$

【Part One】

1. 例：

(1) 因式分解 $x^2 - 6x + 9$

解： $x^2 - 6x + 9$

$$= x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

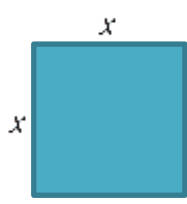
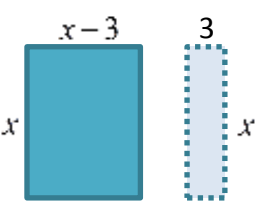
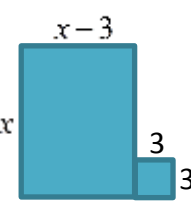
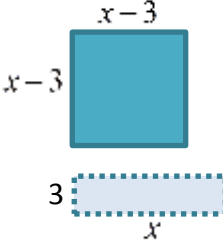
$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$= (x - 3)(x - 3)$$



$$= (x - 3)^2$$

$$(a - b)^2$$

			
x^2	$x^2 - 3x$	$x^2 - 3x + 3^2$	$x^2 - 3x + 3^2 - 3x$ $= (x - 3)^2$

(2) 因式分解 $x^2 - 10x + 25$

解： $x^2 - 10x + 25$

$$= x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$= (x - 5)^2$$



$$(a - b)^2$$

2. 練習題：

因式分解下列各式子

(1) $x^2 - 8x + 16 =$

(2) $x^2 - 4x + 4 =$

(3) $x^2 - 14x + 49 =$

【Part Two】

1. 例：

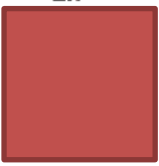
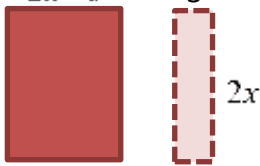
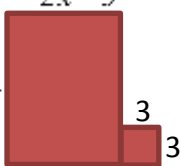
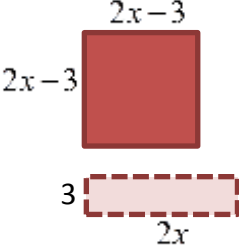
(1) 因式分解 $4x^2 - 12x + 9$

解： $4x^2 - 12x + 9$
 $= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2$
 $= (2x - 3)(2x - 3)$
 $= (2x - 3)^2$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$\parallel \parallel$$

$$(a - b)^2$$

			
$(2x)^2$	$(2x)^2 - 6x$	$(2x)^2 - 6x + 3^2$	$(2x)^2 - 6x + 3^2 - 6x$ $= (2x - 3)^2$

(2) 因式分解 $16x^2 - 8x + 1$

解： $16x^2 - 8x + 1$
 $= (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 1 + 1^2$
 $= (4x - 1)^2$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$\parallel \parallel$$

$$(a - b)^2$$

2. 練習題：

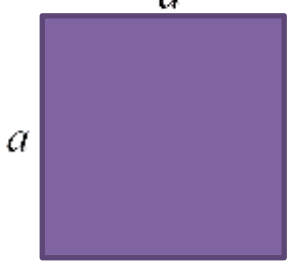
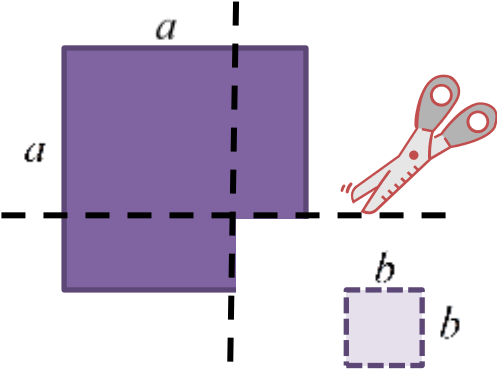
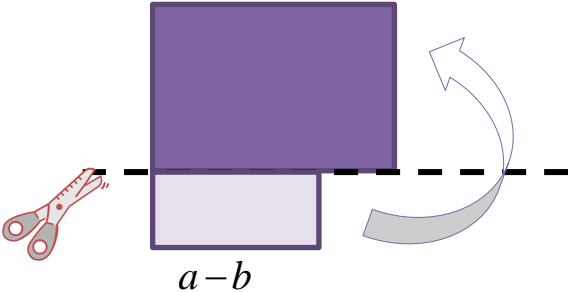
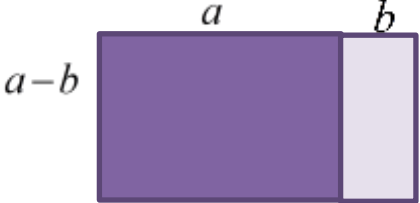

因式分解下列各式子。

(1) $25x^2 - 10x + 1 =$

(2) $81x^2 - 18x + 1 =$

(3) $9x^2 - 30x + 25 =$

主題三 利用乘法公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 作因式分解

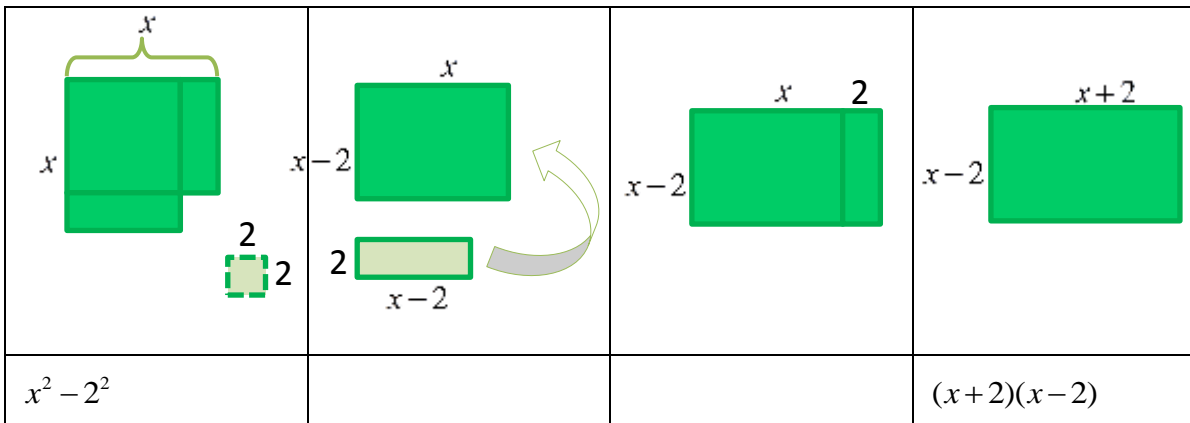
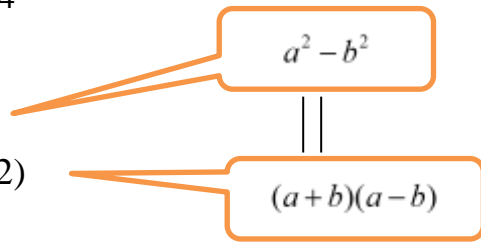
	a^2
	$a^2 - b^2$
	
	$a^2 - b^2$ $= (a+b)(a-b)$

【Part One】

1. 例：

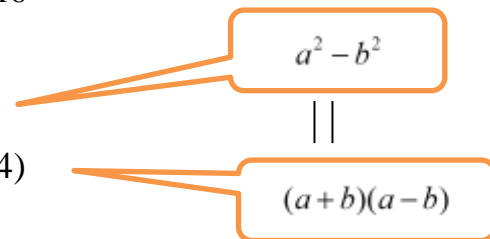
(1) 因式分解 $x^2 - 4$

$$\begin{aligned} \text{解： } x^2 - 4 \\ &= x^2 - 2^2 \\ &= (x + 2)(x - 2) \end{aligned}$$



(2) 因式分解 $x^2 - 16$

$$\begin{aligned} \text{解： } x^2 - 16 \\ &= x^2 - 4^2 \\ &= (x + 4)(x - 4) \end{aligned}$$



2. 練習題：

因式分解下列各式子

(1) $x^2 - 25 =$

(2) $x^2 - 9 =$

【Part Two】

1. 例：

(1) 因式分解 $9x^2 - 4$

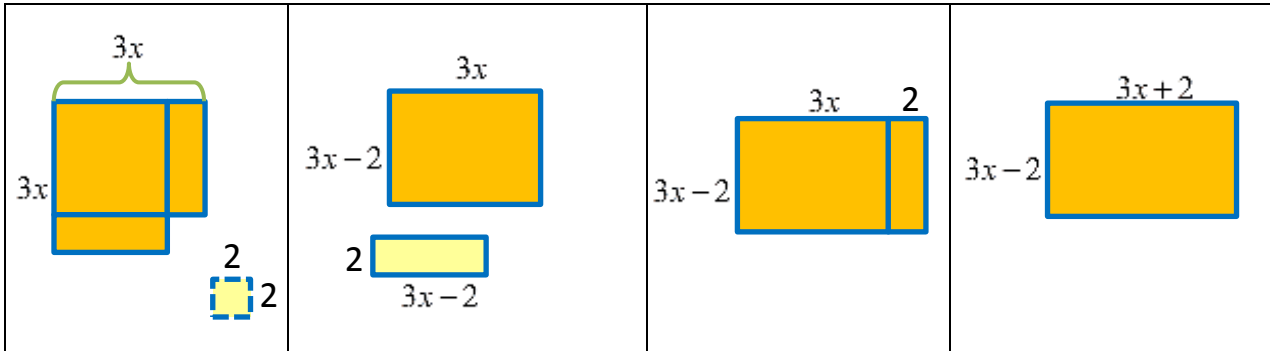
解： $9x^2 - 4$

$= (3x)^2 - 2^2$

$= (3x + 2)(3x - 2)$

$a^2 - b^2$

$(a+b)(a-b)$



(2) 因式分解 $16x^2 - 1$

解： $16x^2 - 1$

$= (4x)^2 - 1^2$

$= (4x + 1)(4x - 1)$

2. 練習題

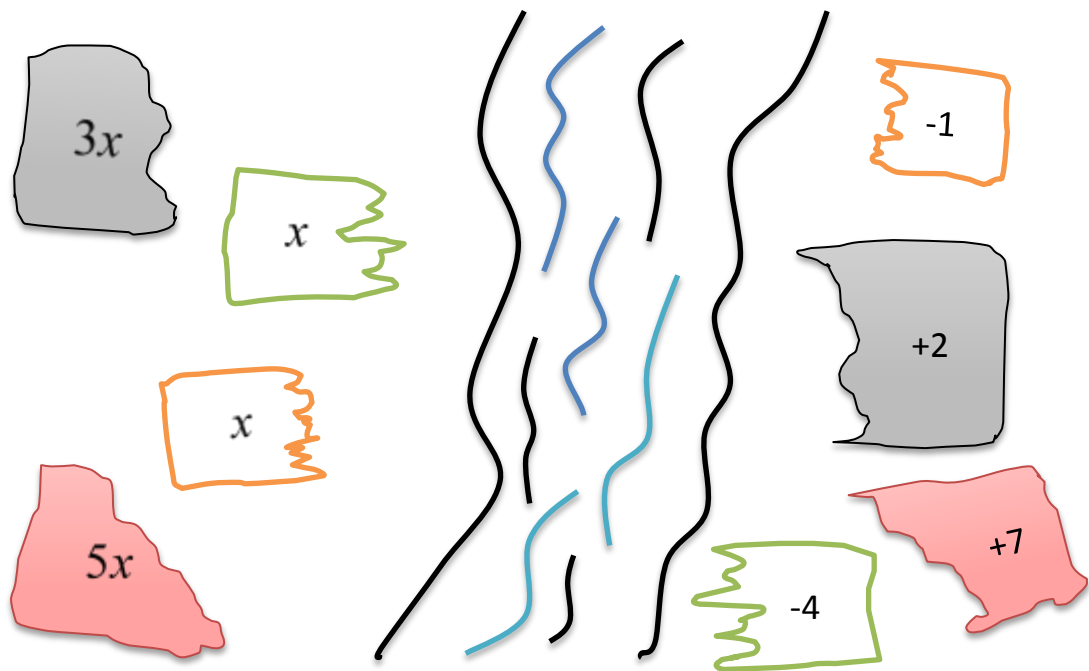
(1) $4x^2 - 25 =$

(2) $100x^2 - 1 =$

主題四 十字交乘法

【活動一：尋找失落的藏寶圖】

傳說中的藏寶圖被撕開放在黑河的兩岸，充滿冒險心的你/妳能不能找出它們並拼出關鍵密碼，得到尋寶的重要機密呢？



Step1：搜尋黑河左、右岸能拼成一組完整藏寶圖的兩張碎紙片，
我找到的第一組藏寶圖：左岸是_____，右岸是_____；
第二組藏寶圖：左岸是_____，右岸是_____。

【請確認找到的兩張碎片都可以拼成一組完整的藏寶圖哦！】

【再請用已選取的四張紙片進行以下步驟】

Step2：左岸的兩張碎紙片上面的式子乘起來，得到_____；
右岸的兩張碎紙片上面的式子乘起來，得到_____。
選擇左、右岸不同顏色的碎紙片，將上面的式子乘起來，另兩張不同顏色的也相乘，然後把它們加起來，結果是_____

Step3：將 Step2 得到的三個式子加起來，就是關鍵密碼了！

所以我發現的關鍵密碼是_____

要找到失落已久的寶藏就靠這組關鍵密碼了！（請接著活動二）

【活動二：寶藏離我一小步！】

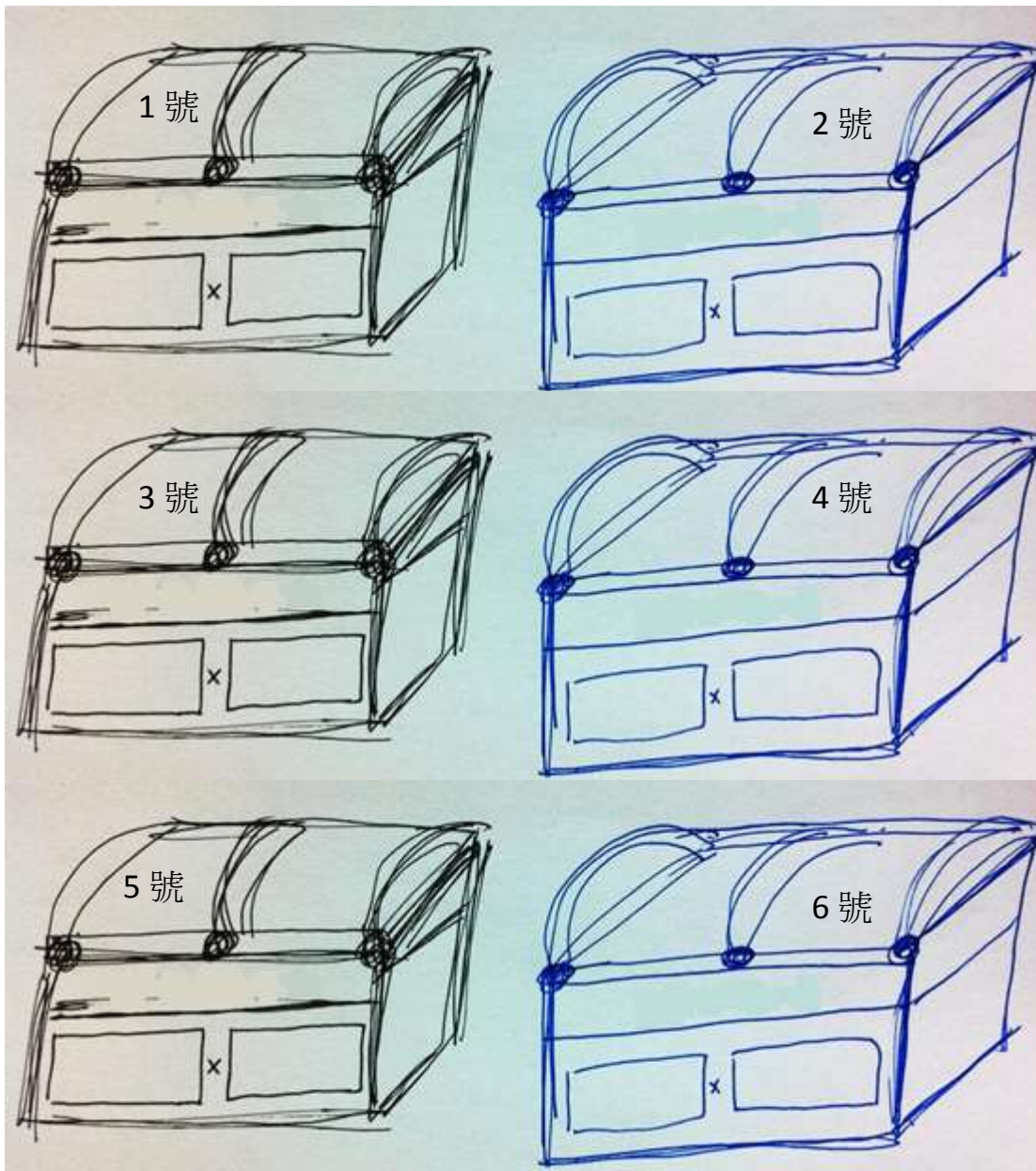
經過了「尋找失落的藏寶圖」的活動以後，相信大家都已經有兩組完整的藏寶圖和一組關鍵密碼了，這些將會幫助你/妳打開對應的寶箱哦！

Step1：關鍵密碼會寫在寶箱上，你/妳找到對應的寶箱了嗎？

我的寶箱是_____號

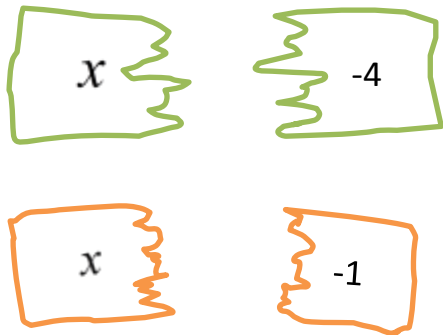
Step2：開箱密碼是兩組多項式，也就是在活動一裡，你找到拼起來的兩組藏寶圖碎紙片(記得將碎紙片上的式子相加)。

我的開箱密碼是_____ (填入寶箱的空格裡)



【Part one】

1. 在藏寶圖活動中，大大找到的兩組藏寶圖是：



(1) 關鍵密碼

左岸相乘： $x \cdot x = x^2$

右岸相乘： $(-4) \cdot (-1) = 4$

交叉相乘再相加： $(-1) \cdot x + (-4) \cdot x = -5x$

$x^2 + 4 + (-5x) = x^2 + (-5x) + 4 = x^2 - 5x + 4$

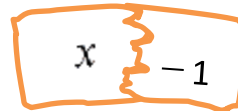
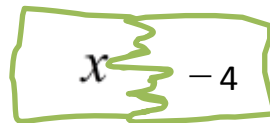
關鍵密碼是 $x^2 - 5x + 4$

(2) 開箱密碼

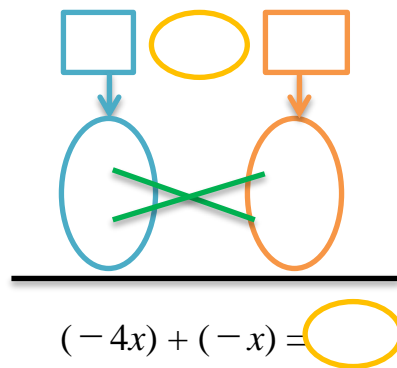
$x + (-4) = x - 4$

$x + (-1) = x - 1$

開箱密碼是 $(x-4)(x-1)$



$x^2 - 5x + 4 = (x-4)(x-1)$




2. 例：

(1) 因式分解 $x^2 + 5x + 6$

將 x^2 分解成 $x \cdot x$

6 分解成 $1 \cdot 6$, $2 \cdot 3$


二次項
 $x^2 = x \cdot x$

$$\begin{array}{r} x \quad + 1 \\ \times \\ x \quad + 6 \\ \hline 6x + 1x = 7x \end{array}$$


常數項
 $6 = 2 \cdot 3$

$$\begin{array}{r} x \quad + 2 \\ \times \\ x \quad + 3 \\ \hline 2x + 3x = 5x \end{array}$$

一次項



所以 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

3. 練習題：

用十字交乘法因式分解下列各式：

(1) $x^2 + 4x - 5 =$

(2) $x^2 - 4x - 5$

(3) $x^2 - x - 12 =$

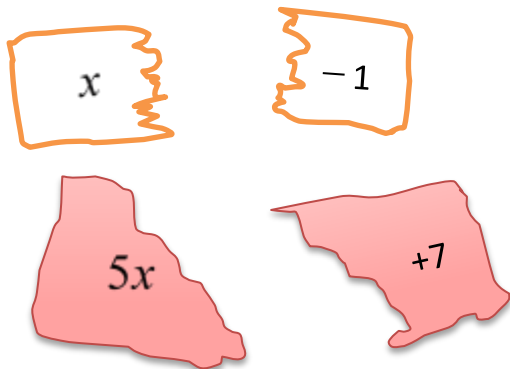
(4) $x^2 + x - 12$

(5) $x^2 + x - 6$

(6) $x^2 + 5x - 6$

【Part two】

1. 在藏寶圖活動中，小小找到的兩組藏寶圖是：



(1) 關鍵密碼

$$\text{左岸相乘： } x \cdot 5x = 5x^2$$

$$\text{右岸相乘： } (-1) \cdot 7 = -7$$

$$\text{交叉相乘再相加： } 7 \cdot x + (-1) \cdot 5x = 2x$$

$$5x^2 + (-7) + 2x = 5x^2 + 2x - 7$$

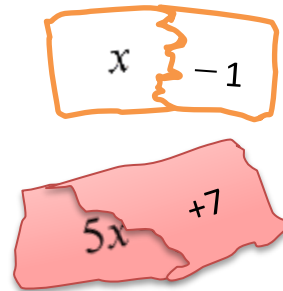
關鍵密碼是 $5x^2 + 2x - 7$

(2) 開箱密碼

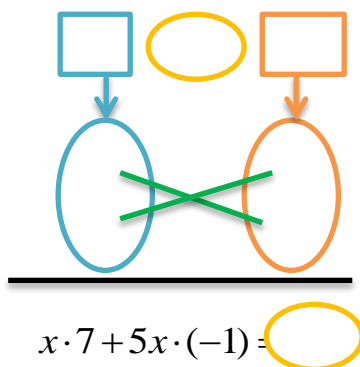
$$x + (-1) = x - 1$$

$$5x + (+7) = 5x + 7$$

開箱密碼是 $(x-1)(5x+7)$



$$5x^2 + 2x - 7 = (x-1)(5x+7)$$



3. 練習題

用十字交乘法因式分解下列各題：

(1) $2x^2+5x+3$

(2) $7x^2-8x+1$

(3) $3x^2-19x+20=$

(4) $5x^2-16x-16=$

(5) $2x^2+5x-3$

(6) $6x^2+5x+1$

(7) $4x^2-4x-3$

【Part three】

1. 因式分解下列各題：

(1) x^2+4x+4

(2) $x^2+12x+36$

(3) $x^2-10x+25=$

(4) $x^2-8x+16$

(5) $4x^2+4x+1$

(6) $4x^2-4x+1$

(7) $9x^2+12x+4$

(8) $9x^2-12x+4$

2. 從上面各題，你發現了什麼？