

主題二：拿走公因式，我還留下什麼？

此時，云云已經了無睡意，決定起床聽陳爸講數學…



我再問你，
 $29^2 - 24 \times 29$
的標準分解式
是什麼？

$29 \times 29 = 841$ ， $24 \times 29 = 696$ ，
 $841 - 696 = \dots$ ，
唉唷，好難算喔！



其實，你有沒有發現 29^2 和 24×29 都有 29 這個公因數？
我們可以這樣做啊：

$29^2 - 24 \times 29$ $= 29 \cdot 29 - 24 \times 29$ $= 29 \times (29 - 24)$ $= 29 \times 5$ $= 5 \times 29$	<p>前後兩項的公因數 29，前項還留 29，後項還留 24 提出公因數 29，在括號裡面擺進前項留下的 29、 “-”、和後項留下的 24</p> <p>標準分解式完成</p>
--	---



哇，這樣簡單很多耶！那 x 的多項式是不是
也可以這樣做？

$x^2 - 24x$ $= x \cdot x - 24 \cdot x$ $= x(x - 24)$	<p>前後兩項有公因式 x，前項還留 x，後項 還留 24 提出公因式 x，在括號裡面擺進前項留下 的 x、“-”、和後項留下的 24</p>
--	---

沒錯，妳真會舉一反三！像這樣，將一個二次多項式分解
成 2 個一次多項式的乘積，就稱為這個多項式的因式分解。

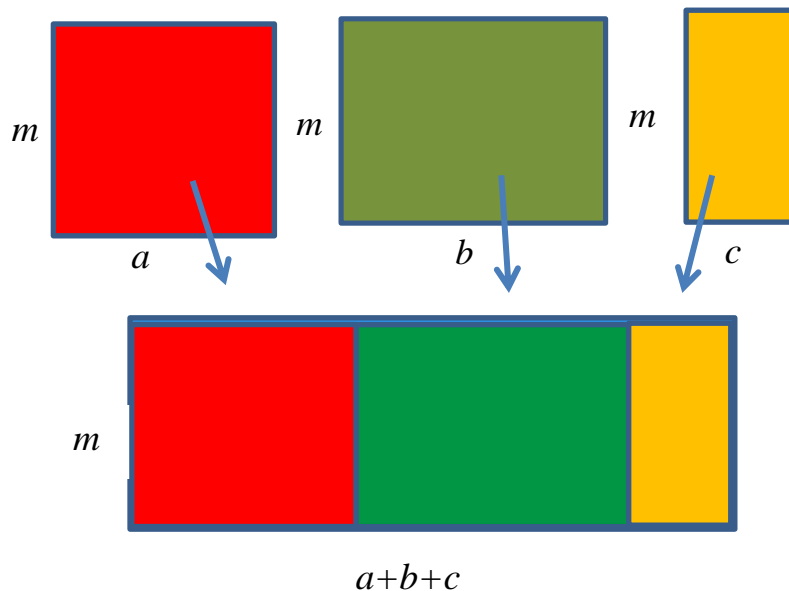


$$x^2 - 24x = x(x - 24)$$

↻ 因式分解 ↻
↻ 乘法展開 ↻

我們今天就是要利用提出公因式的方法做因式分解！

經過了好長一段時間的爭論，小忍、小者和小龜，終於在不斷的爭辯中，慢慢釐清頭緒了。原來啊…



因為 $ma + mb + mc = m(a + b + c)$

所以三兄弟的水溝蓋面積總和，和當年師父的水溝蓋面積是一樣

這不就是因式分解嗎？只要把 ma 、 mb 、 mc 的 m 提出來，再把留下的部分合併就好了嗎？竟然吵了 100 年！



沒錯，可惜他們師父雲遊四方前沒有先教會他們如何將多項式做因式分解！



老師講解(第一關)



利用提公因式法因式分解下列各題：

1. $x^2 + 3x$

解：

$$\begin{aligned} & x^2 + 3x \\ &= x \cdot x + 3 \cdot x \\ &= x(x + 3) \end{aligned}$$

有公因式 x ，前項還留 x ，後項還留 3。

提出 x ，將前項留下的 x 、”+”、後項留下的 3 寫在一個括號裡。

2. $2x^2 - 5x$

解：

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 5x \\ &= 2 \cdot x \cdot x - 5 \cdot x \\ &= x(2x - 5) \end{aligned}$$

有公因式 x ，前項還留 $2x$ ，後項還留 5。

提出 x ，將前項留下的 $2x$ 、”-”、後項留下的 5 寫在一個括號裡。

3. $x(x + 5) - 2(x + 5)$

解：

$$\begin{aligned} & x(x + 5) - 2(x + 5) \\ &= x \cdot (x + 5) - 2 \cdot (x + 5) \\ &= (x + 5)(x - 2) \end{aligned}$$

有公因式 $(x + 5)$ ，前項還留 x ，後項還留 2。

提出 $(x + 5)$ ，將前項留下的 x 、”-”、後項留下的 2 寫在另一個括號裡。

4. $5x(2x + 1) + 2(2x + 1)$

解：

$$\begin{aligned} & 5x(2x + 1) + 2(2x + 1) \\ &= 5 \cdot x \cdot (2x + 1) + 2 \cdot (2x + 1) \\ &= (2x + 1)(5x + 2) \end{aligned}$$

← 提出公因式 $(2x + 1)$


5. $13(7x - 5) - 2x(7x - 5)$

解：

$$13(7x - 5) - 2x(7x - 5)$$

$$=$$

← 提出公因式 $(7x - 5)$

學生練習 

請利用提公因式法做下列各式的因式分解：

1. $x^2 + 8x$

x^2 和 $8x$ 有公因式

2. $7x - x^2$

$7x$ 和 x^2 有公因式

3. $-2x + 7x^2$

4. $5x + 4x^2$

5. $3x(x - 5) + 2(x - 5)$

$3x(x - 5)$ 和 $2(x - 5)$ 有公因式_____

6. $3(x - 5) - 2x(x - 5)$

7. $6(3x - 5) - x(3x - 5)$

老師講解(第二關)



利用提公因式法因式分解下列各題：

1. $(x+5)^2 + 3(x+5)$

解：

$$\begin{aligned} & (x+5)^2 + 3(x+5) \\ &= (x+5) \cdot (x+5) + 3 \cdot (x+5) \\ &= (x+5)[(x+5) + 3] \\ &= (x+5)(x+8) \end{aligned}$$

有公因式 $(x+5)$

提出 $(x+5)$ ，前項還留 $(x+5)$ ，

後項還留 3 ，”+”不變

$[(x+5)+3]$ 化簡成 $(x+8)$

2. $(2x+3)^2 - 24(2x+3)$

解：

$$\begin{aligned} & (2x+3)^2 - 24(2x+3) \\ &= (2x+3) \cdot (2x+3) - 24 \cdot (2x+3) \\ &= (2x+3)[(2x+3) - 24] \\ &= (2x+3)(2x-21) \end{aligned}$$

有公因式 $(2x+3)$

提出 $(2x+3)$ ，前項還留

$(2x+3)$ ，後項還留 24 ，”-”不變

$[(2x+3)-24]$ 化簡成 $(2x-21)$

3. $(x+2)(2x-1) + (x+2)(x+5)$

解：

$$\begin{aligned} & (x+2)(2x-1) + (x+2)(x+5) \\ &= (x+2)[(2x-1) + (x+5)] \\ &= (x+2)(3x+4) \end{aligned}$$

有公因式 $(x+2)$

提出 $(x+2)$ ，前項還留

$(2x-1)$ ，後項還留 $(x+5)$ ，”+”不變

$[(2x-1)+(x+5)]$ 化簡成 $(3x+4)$

學生練習



請利用提公因式法做下列各式的因式分解：

1. $(x+1)^2 + 3(x+1)$

2. $(2x+1)^2 + 3x(2x+1)$

3. $(x+1)(x-1) - 2(x-1)$

4. $(x+1)(x-2) - 4(x-2)$

5. $x(x+1) + x(x-3)$

6. $8(2x+5) + (2x+5)^2$

7. $(x-3)(x+1) + x(x-3)$

8. $7(3x-4) + (3x-4)^2$

老師講解(第三關)



利用提公因式法因式分解下列各題：

1. $x^2 + x$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad & x^2 + x \\ & = x \cdot \underline{x} + \mathbf{1} \cdot \underline{x} \\ & = \underline{x} (\underline{x} + \mathbf{1}) \end{aligned}$$



小叮嚀：

x 前面沒有寫數字，並不是代表係數是 0 喔！
 x 是 $1 \cdot x$ 的簡記啦！

2. $(x+1)^2 + (x+1)$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad & (x+1)^2 + (x+1) \\ & = (x+1) \cdot \underline{(x+1)} + \mathbf{1} \cdot \underline{(x+1)} \\ & = \underline{(x+1)} [\underline{(x+1)} + \mathbf{1}] \\ & = \underline{(x+1)}(x+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3\underline{x} &= 3 \cdot \underline{x} \\ -2\underline{x} &= (-2) \cdot \underline{x} \\ \underline{x} &= \mathbf{1} \cdot \underline{x} \\ \underline{(x+1)} &= \mathbf{1} \cdot \underline{(x+1)} \end{aligned}$$

3. $(3x+2)^2 - (3x+2)$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad & (3x+2)^2 - (3x+2) \\ & = (3x+2) \cdot \underline{(3x+2)} - \mathbf{1} \cdot \underline{(3x+2)} \\ & = \underline{(3x+2)} [\underline{\quad\quad\quad} - \underline{\quad\quad\quad}] \\ & = \underline{(3x+2)}(\underline{\quad\quad\quad}) \end{aligned}$$

學生練習



請利用提公因式法做下列各式的因式分解：

1. $x^2 - x$

2. $x + x^2$

3. $x - 3x^2$

4. $(2x+1)^2 + (2x+1)$

5. $(7x+2)^2 - (7x+2)$

6. $(x+1)(x-2) - (x-2)$

7. $(3x-1) + (x+2)(3x-1)$

8. $(2x-5) - x(2x-5)$

9. $x(2x-5) - x$