

主題三 我能不能知道  $x = ?$ 

謝謝你們幫我完成鋪磁磚任務，我要回報你們一種用來解一元二次方程式的方法~配方法！

溫故知新



1. 計算下列各題：

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} =$	$\sqrt{3} \times \sqrt{3} =$	$\sqrt{15} \times \sqrt{15} =$
$(\sqrt{7})^2 =$	$(\sqrt{11})^2 =$	$(\sqrt{23})^2 =$

2. 化為最簡根式

$\sqrt{25} =$	$\sqrt{16} =$	$\sqrt{36} =$	$\sqrt{81} =$
$\sqrt{100} =$	$\sqrt{49} =$	$\sqrt{64} =$	$\sqrt{121} =$

$\sqrt{4} =$	$\sqrt{9} =$		
$\sqrt{12}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 3}$ $=$	$\sqrt{28}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 7}$ $=$	$\sqrt{18}$ $= \sqrt{3^2 \cdot 2}$ $=$	$\sqrt{32}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2}$ $=$
$\sqrt{8}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 2}$ $=$	$\sqrt{44}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 11}$ $=$	$\sqrt{27}$ $= \sqrt{3^2 \cdot 3}$ $=$	$\sqrt{40}$ $=$
$\sqrt{20}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 5}$ $=$	$\sqrt{24}$ $= \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3}$ $=$	$\sqrt{45}$ $= \sqrt{3^2 \cdot 5}$ $=$	$\sqrt{50}$ $=$

[狀況一]

題目 1	答案
$( \quad )^2 = 9$	( )應填入多少? _____
$x^2 = 9$	$x =$ _____
$x^2 - 9 = 0$	$x =$ _____

題目 2	答案
$( \quad )^2 = 2$	( )應填入多少? _____
$x^2 = 2$	$x =$ _____
$x^2 - 2 = 0$	$x =$ _____

題目 3	答案
$( \quad )^2 = 8$	( )應填入多少? _____
$x^2 = 8$	$x =$ _____
$x^2 - 8 = 0$	$x =$ _____

題目 4	答案
$( \quad )^2 = 12$	( )應填入多少? _____
$x^2 = 12$	$x =$ _____
$x^2 - 10 = 2$	$x =$ _____

[狀況二]

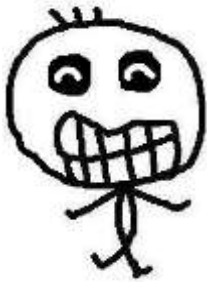
題目 1	答案
$x^2 = 4$	$x = \underline{\hspace{2cm}}$
$(x-1)^2 = 4, x = ?$	解： $x-1=2$ 或 $x-1=-2$ $x=3$ 或 $x=-1$
$(x+2)^2 = 4, x = ?$	解：
$(x-4)^2 = 25, x = ?$	解：
$(x+3)^2 - 1 = 0, x = ?$	解：

題目 2	答案
$x^2 = 13$	$x = \underline{\hspace{2cm}}$
$(x-2)^2 = 13, x = ?$	解： $x-2=\sqrt{13}$ 或 $x-2=-\sqrt{13}$ $x=2+\sqrt{13}$ 或 $x=2-\sqrt{13}$ 可合併記做 $x=2\pm\sqrt{13}$
$(x+4)^2 = 7, x = ?$	解：

[狀況三]

Example：已知  $x^2 + 2x - 1 = 0$ ，解  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

哦！我認為這題就是要使用你所說的『配方法』，可是到底要怎麼算呢？



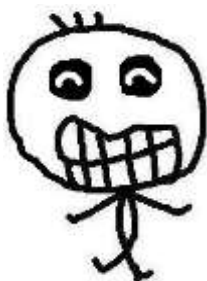
小訣竅，因為配完全平方時，只用到二次項  $x^2$  跟一次項  $+2x$ ，所以可以將常數「 $-8$ 」放到右邊，像這樣  
 $x^2 + 2x = 8$   
 這樣左邊是不是很熟悉呀？  
 試著做做看吧！

$x^2 + 2x$  左邊要 $+1^2$ 才能配完全平方，  
 所以右邊也要 $+1^2$

$$(x + 1)^2 = 9$$

$$x + 1 = 3 \text{ 或 } x + 1 = -3$$

$$x = 2 \text{ 或 } x = -4$$



忘記怎麼配完全平方的話，也可以跟和的平方公式  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  對照一下。

$$x^2 + 2x$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 1, \text{ 所以要 } +1^2$$

範例 1	仿作
$x^2 + 4x - 2 = 0$	$x^2 + 4x - 3 = 0$
$x^2 + 4x = 2$	$x^2 + 4x = \underline{\hspace{2cm}}$
$x^2 + 4x + 2^2 = 2 + 2^2$	$x^2 + 4x + \underline{\hspace{2cm}} = 3 + \underline{\hspace{2cm}}$
$(x + 2)^2 = 6$	$(x + \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x + 2 = \sqrt{6}$ 或 $x + 2 = -\sqrt{6}$	$x + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $x + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x = -2 + \sqrt{6}$ 或 $x = -2 - \sqrt{6}$	$x =$

範例 2	仿作
$x^2 - 6x + 2 = 0$	$x^2 - 6x + 4 = 0$
$x^2 - 6x = -2$	$x^2 - 6x = \underline{\hspace{2cm}}$
$x^2 - 6x + 3^2 = -2 + 3^2$	$x^2 - 6x + \underline{\hspace{2cm}} = -4 + \underline{\hspace{2cm}}$
$(x - 3)^2 = 7$	$(\quad)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x - 3 = \sqrt{7}$ 或 $x - 3 = -\sqrt{7}$	$x - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $x - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x = 3 + \sqrt{7}$ 或 $x = 3 - \sqrt{7}$	$x =$

範例 3	仿作
$x^2 - 10x + 24 = 0$	$x^2 - 8x + 15 = 0$
$x^2 - 10x = -24$	$x^2 - 8x = \underline{\hspace{2cm}}$
$x^2 - 10x + 5^2 = -24 + 5^2$	$x^2 - 8x + \underline{\hspace{2cm}} = -15 + \underline{\hspace{2cm}}$
$(x - 5)^2 = 1$	$(\quad)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x - 5 = \sqrt{1}$ 或 $x - 5 = -\sqrt{1}$	$x - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $x - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x - 5 = 1$ 或 $x - 5 = -1$	
$x = 6$ 或 $x = 4$	

範例 4	仿作
$x^2 + 2x - 2499 = 0$	$x^2 + 2x - 399 = 0$
$x^2 + 2x = 2499$	$x^2 + 2x = \underline{\hspace{2cm}}$
$x^2 + 2x + 1^2 = 2499 + 1^2$	$x^2 + 2x + \underline{\hspace{1cm}} = 399 + \underline{\hspace{1cm}}$
$(x + 1)^2 = 2500$	$(\quad)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x + 1 = \sqrt{2500}$ 或 $x + 1 = -\sqrt{2500}$	$x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$
$x + 1 = 50$ 或 $x + 1 = -50$	
$x = 49$ 或 $x = -51$	

練習

用配方法解下列各一元二次方程式：

1.  $x^2 - 4x + 1 = 0$

2.  $x^2 + 8x - 3 = 0$

3.  $x^2 + 6x - 7 = 0$

4.  $x^2 - 2x - 899 = 0$

5.  $x^2 + 2x - 11 = 0$