

主題四 差的平方公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$



咦？ $(a-b)^2$ ，
不就只是把括號中間的加號變成減號嗎？



是啊！
來想想看， $(a+b)^2$ 和 $(a-b)^2$ 兩式分別展開後，哪裡會不同呢？

現在我們就來看看 $(a-b)^2$ 展開後會長怎樣吧！

利用 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= [a+(-b)]^2 \\ &= a^2 + 2 \cdot a \cdot (-b) + (-b)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$



為什麼 $(-b)^2 = b^2$ ？
不是應該等於 $-b^2$ 嗎？



$$\begin{aligned} (-b)^2 &= (-b) \times (-b) \\ &= b \times b \\ &= b^2 \end{aligned}$$



我知道了！ $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$ ，而

$$(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$$

也就是說

$$(a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$



現在讓我們做點練習，體驗一下差的平方公式好用的地方！它不差哦！

$$\begin{aligned} 199^2 &= (200-1)^2 \\ &= 200^2 - 2 \times 200 \times 1 + 1^2 \\ &= 40000 - 400 + 1 \\ &= 39601 \end{aligned}$$



如果我們直接乘開的話，可能會因為數字太大導致很難計算，不過把 199 改成 $200-1$ ，再利用公式，就會比較好算一點。

貼心小提醒



差的平方公式因為多了負號，所以我們在背公式時，要多注意一下加減的位置！不要搞錯囉！

$$(x - y)^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$



範例 1



◆利用差的平方公式計算下面各題的值：


$$\begin{aligned} 1. \quad (19.8)^2 &= (20 - 0.2)^2 \\ &= 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 0.2 + (0.2)^2 \\ &= 400 - 8 + 0.04 \\ &= 392.04 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad (9\frac{4}{5})^2 &= (10 - \frac{1}{5})^2 \\ &= 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{5} + (\frac{1}{5})^2 \\ &= 100 - 4 + \frac{1}{25} \\ &= 96\frac{1}{25} \end{aligned}$$

◆利用差的平方公式展開下列各式：

$$\begin{aligned} 1. \quad (a - 2)^2 \\ = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad (1 - x)^2 \\ = \end{aligned}$$


 小試身手

◆利用差的平方公式算出下面各題的值。

$$1. \quad 299^2 \\ = (300 - 1)^2 \\ =$$

$$2. \quad (29.7)^2 \\ = (30 - 0.3)^2 \\ =$$

$$3. \quad \left(199\frac{3}{4}\right)^2 = \left(200 - \frac{1}{4}\right)^2 = \underline{\hspace{4cm}} \\ =$$

◆利用差的平方公式展開下列各式

$$1. \quad (x - 1)^2 \\ =$$

$$2. \quad (3 - y)^2 \\ =$$

$$3. \quad (a - 10)^2 \\ =$$



加油加油！你可以的！熟能生巧～



差的平方公式也可以反過來看喔！

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$


範例 2



$$\begin{aligned} (1) \quad & 108^2 - 2 \cdot 108 \cdot 8 + 8^2 \\ &= (108 - 8)^2 \\ &= 100^2 \\ &= 10000 \end{aligned}$$

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a - b)^2$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (54.3)^2 + (4.3)^2 - 2 \cdot 54.3 \cdot 4.3 \\ &= (54.3 - 4.3)^2 \\ &= 50^2 \\ &= 2500 \end{aligned}$$



小試身手

◆利用差的平方公式算出下面各題的值：

(1) $345^2 - 2 \cdot 345 \cdot 45 + 45^2$
=

(2) $98^2 + 38^2 - 2 \cdot 98 \cdot 38$
=

(3) $78.9^2 - 2 \cdot 78.9 \cdot 8.9 + 8.9^2$
=

再檢查一下 +、- 有沒有搞錯！
小心別計算錯誤了！



如果忘記公式的話，除了回去看前面的講解外，也可以利用分配律自己再推一次公式，多用幾次就可以熟記啦！

如果都OK了，那我們就要準備進入最後一個公式～