

主題三：連比

下圖是一簡單的蛋糕食譜

蜂蜜蛋糕

材料：

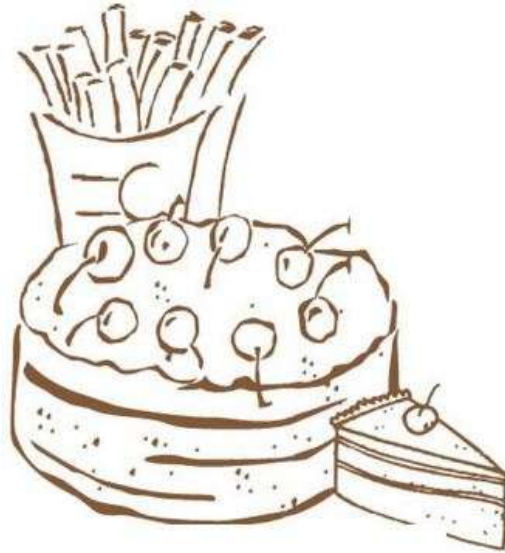
蛋 8 個

鮮奶 50 ml

蜂蜜 50g

砂糖 240g

麵粉 200g



方法：

1. 先將蜂蜜和牛奶均勻混合，蛋和砂糖拌勻
2. 接著加入依次麵粉慢慢拌勻。
3. 將拌好的麵糊放進模型中先以 $170^{\circ}\text{C}\sim 180^{\circ}\text{C}$ 烤 1 分鐘。
4. 將表面的泡泡刮掉，再放入烤箱烤 30 分鐘。
5. 烤好的蛋糕放冷卻後即可食用。

小明想做蜂蜜蛋糕送給朋友，

他從食譜上知道做一個蛋糕需要砂糖、麵粉、蜂蜜、鮮奶和蛋。

媽媽告訴他：家裡剛好有足夠的鮮奶和蛋，所以不用考慮

首先他知道：

(1) 蜂蜜：鮮奶 = 50：50，如果現在有 80 ml 的鮮奶，

那麼需要蜂蜜 80 克。

因為蜂蜜：鮮奶 = $50 : 50 = 1 : 1$

由 $1 : 1$ 這個比可以得知， $1 : 1 = 80 : 80$ (克)

所以需要蜂蜜 80 克。

接著也知道了：

$$(2) \text{ 蜂蜜：麵粉} = 50 : 200 = 1 : 4,$$

現在有 80 克的蜂蜜，則需要麵粉 320 克。

因為蜂蜜：麵粉 = 1 : 4

由 1 : 4 這個比可以得知， $1 : 4 = 80 : 320$ (克)

所以需要麵粉 320 克。

最後：

$$(3) \text{ 麵粉：砂糖} = 200 : 240 = 5 : 6$$

現在有 320 克的麵粉，則需要砂糖 384 克。

因為麵粉：砂糖 = 5 : 6

由 5 : 6 這個比可以得知， $5 : 6 = 320 : 384$ (克)

所以需要砂糖 384 克。

現在有蜂蜜 80 克，麵粉 320 克，和砂糖 384 克。

則蜂蜜：麵粉：砂糖 = 80 : 320 : 384 (克)

$$= 5 \times 16 : 20 \times 16 : 24 \times 16 \quad \text{同除以 } 16$$

$$= \mathbf{5 : 20 : 24} \quad \circ$$

(5 : 20 : 24，稱為連比)

● 什麼是連比？

連比就是三個數量之間的關係，將三數量放在一起的意思，

也就是像上面的 5 : 20 : 24。

來寫寫看連比吧！

小提醒：

要化成最簡整數比

範例 9

爸爸的身高 180 公分，媽媽的身高 165 公分，洞洞的身高 155 公分，
爸爸的身高：媽媽的身高：洞洞的身高 = 180 : 165 : 155
= 36 : 33 : 31

練習 14

有一個長方體積木，其長為 4 公分，寬為 5 公分，高為 3 公分，則此長方體的長、寬、高的比為何？

練習 15

一家飲料店賣了紅茶 15 元，珍珠奶茶 35 元，養樂多綠茶 50 元，則此三種飲料的價錢的比為多少？

練習 16

各種球類運動所需要的人數不同，籃球比賽一隊 5 人，排球比賽一隊 6 人，棒球比賽則是一隊 9 人，請問這三種比賽一隊人數的比為何？

● 什麼是連比例式？

1 月有 31 天，2 月有 28 天，3 月有 31 天

1 月天數：2 月天數：3 月天數 = 31 : 28 : 31

兩個連比中間用等號連結，就是連比例式。

故事中蜂蜜：麵粉：砂糖 = 5 : 20 : 24，這也是連比例式哦。

若 $a : b = d : e$ ，且 $b : c = e : f$ （或 $a : c = d : f$ ），(則可將此兩個比合併「 $a : b : c = d : e : f$ 」，此等式稱為連比例式。

● 連比例式是怎麼跑出來的？

先來看個例題吧

已知 $a : b = 1 : 2$ ， $b : c = 2 : 3$ ，則 $a : b : c =$ _____。

因為要求的是 $a : b : c$

所以我們先把兩個比例式擺在一起，變成 $a : b : c$ 的樣子

$$\begin{array}{l} a : b : c \\ 1 : 2 \\ 2 : 3 \end{array}$$

仔細看上面的框框，發現了 b 是一樣的。

想要把兩個式子合併成一個式子

所以我們可以寫成：

$$\begin{array}{l} a : b : c \\ 1 : 2 \\ \underline{\quad 2 : 3} \\ 1 : 2 : 3 \end{array}$$

最後我們就知道了：

$$a : b : c = 1 : 2 : 3$$

那故事呢？

首先，我們知道蜂蜜：麵粉 = 1 : 4

所以得知：

$$\begin{array}{l} \text{蜂蜜：麵粉} \\ 1 : 4 \end{array} \Rightarrow (1)$$

接著知道了麵粉：砂糖 = 5 : 6

所以得知：

$$\begin{array}{l} \text{麵粉：砂糖} \\ 5 : 6 \end{array} \Rightarrow (2)$$

想知道水：麵粉：奶油為多少，所以我們把(1)式和(2)式放在一起，如下：

$$\begin{array}{l} \text{蜂蜜：麵粉：砂糖} \\ 1 : \begin{array}{l} 4 \\ 5 \end{array} : 6 \end{array} \rightarrow \text{不相同!!}$$

但是共同項的值不相同，我們沒有辦法把它合在一起。

所以為了讓共同項的值相同，必須乘它們的**最小公倍數** ($[4,5] = 20$)

$$\begin{array}{l} (\times 5) \text{ 蜂蜜：麵粉：砂糖} \\ (\times 4) \quad 1 : 4 \\ \quad \quad 5 : 6 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{蜂蜜：麵粉：砂糖} \\ 5 : 20 \\ \quad \quad 20 : 24 \end{array}$$

現在共同項的值相同了，就可以把兩個式子合起來了！

$$\begin{array}{l} \text{蜂蜜：麵粉：砂糖} \\ 1 : 4 \\ \hline \quad \quad 5 : 6 \\ \hline 5 : 20 : 24 \end{array}$$

* 把知道的事寫一次。

範例 10

若 $a : b = 3 : 2$ ， $b : c = 2 : 1$ ，則 $a : b : c = ?$

$$\begin{array}{r}
 a : b : c \\
 3 : 2 \\
 \hline
 \quad 2 : 1 \\
 \hline
 3 : 2 : 1
 \end{array}$$

範例 11

某國中的一年級只有甲、乙、丙三個班，已知甲班有 30 人，甲班人數：乙班人數 = 6 : 5，且乙班人數：丙班人數 = 5 : 7，請問丙班有幾人？

先將甲、乙、丙三班人數的連比例式寫出來

$$\begin{array}{r}
 \text{甲} : \text{乙} : \text{丙} \\
 6 : 5 \\
 \hline
 \quad 5 : 7 \\
 \hline
 6 : 5 : 7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{甲} : \text{乙} : \text{丙} = 6 : 5 : 7 \\
 \quad \quad \quad = 30 : 25 : 35
 \end{array}$$



答：丙班人數為 35 人

練習 17

若 $a : b = 3 : 4$ ， $a : c = 4 : 5$ ，則 $a : b : c = ?$

練習 18

已知 $a : b = 1 : 3$ ， $b : c = 3 : 2$ 且 $a = 5$ ，則 $b =$ _____。

承上題， $c =$ _____。

練習 19

團團、圓圓、洞洞三個人在練習排球，已知團團和圓圓接的好球數比為 6 : 7，圓圓和洞洞接的好球數比為 5 : 4，則他們接好的球數比為？

重點一

若 $a : b : c = d : e : f$ ，則 $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ 。

例如

蒼蒼、比比、之之三個人的時薪分別為 600 元、500 元、和 450 元，

他們的時薪比為 $600 : 500 : 450 = 12 \times 50 : 10 \times 50 : 9 \times 50$

$$= 12 : 10 : 9$$

則 $\frac{600}{12} = \frac{500}{10} = \frac{450}{9} = 50$ ，三個相等哦！

範例 12

已知 $a : 3 : 5 = d : 6 : 10$ ，則 $\frac{a}{d} =$ _____。

由 $a : 3 : 5 = d : 6 : 10$

可知 $\frac{a}{d} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$

故 $\frac{a}{d} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

練習 20

若 $a : b : 92 = 6 : 17 : 23$ ，則 $\frac{6}{a} =$ _____。

練習 21

若 $a : b : 6 = 7 : 2 : 3$ ，則 $b =$ _____。

動動腦

1. 若 $a : b = 3 : 2$ ， $b : c = 4 : 7$ ，且 $a + b + c = 34$ ，

則 $\frac{a^2 + b^2}{a + c} =$ _____。

2. 若 $a : b : c = 7 : 8 : 9$ ，且 $a + b + c = 72$ ，

則 $a \times b \times c =$ _____。

現在，小明要將蛋糕送去給朋友囉！

在送蛋糕的途中，

小明經過了一家飲料店，有點口渴的他想買杯飲料來喝。

店員告訴他今天有綜合果汁，

它是由芭樂汁、芒果汁，和柳橙汁調配而成的。

它們的調配比例為 3 : 1 : 2。

小明決定買三杯 600 毫升的綜合果汁，

但是現在店員手忙腳亂，不知道需要多少毫升…

那來告訴店員需要多少吧！

(1) 需要芭樂汁 900 毫升。"

(2) 需要芒果汁 300 毫升。

(3) 需要柳橙汁 600 毫升。

因為一杯 600 毫升的綜合果汁是芭樂汁、芒果汁、柳橙汁以 3 : 1 : 2 調配的

所以假設一杯綜合果汁需要：

芭樂汁 a 毫升，芒果汁 b 毫升，柳橙汁 c 毫升

由敘述 $a : b : c = 3 : 1 : 2$

可設 $a = 3k$ ， $b = k$ ， $c = 2k$ ，其中 $k \neq 0$

所以 $3k + k + 2k = 6k = 600$

解得 $k = 100$

因此一杯綜合果汁需要：

芭樂汁 300 毫升，芒果汁 100 毫升，和柳橙汁 200 毫升。

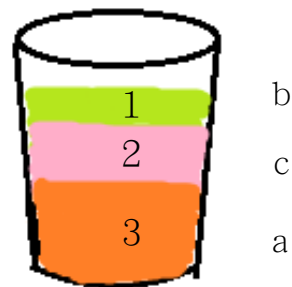
小明買了 3 杯

所以

需要芭樂汁 $3 \times 300 = 900$ (毫升)

需要芒果汁 $3 \times 100 = 300$ (毫升)

需要柳橙汁 $3 \times 200 = 600$ (毫升)



重點二

若 $a : b : c = d : e : f$ ，則 $a = dk$ ， $b = ek$ ， $c = fk$ ($k \neq 0$)。

範例 13

體育教室有籃球、排球和足球。已知籃球、排球與足球的數量比為 $5 : 4 : 3$ ，且總數量為 36 顆球，則三種球的數量分別為多少？

已知籃球：排球：足球 = $5 : 4 : 3$

設籃球有 $5k$ 個，排球有 $4k$ 個，足球有 $3k$ 個，其中 $k \neq 0$

則 $5k + 4k + 3k = 12k = 36$ (顆)

得 $k = 3$

故籃球有 $5 \times 3 = 15$ (顆)

排球有 $4 \times 3 = 12$ (顆)

足球有 $3 \times 3 = 9$ (顆)

範例 14

若 $a : b : c = 1 : 5 : 3$ ，且 $5a + 3b + c = 115$ ，則 $a + b + c =$ _____。

已知 $a : b : c = 1 : 5 : 3$

設 $a = k$ ， $b = 5k$ ， $c = 3k$ ，其中 $r \neq 0$

則 $5a + 3b + c = 5 \times k + 3 \times 5k + 3k = 23k = 115$

得 $k = 5$

故 $a + b + c = k + 5k + 3k = 9k = 9 \times 5 = 45$

練習 22

若 $a : b : c = 2 : 4 : 7$ ，且 $a + b + c = 143$ ，

則 $5a + 3b + c =$ _____

練習 23

若 $a : b : c = 2 : 6 : 9$ ，且 $a + b + c = 34$ ，

則 $(a - 1) : (b + 2) : (c + 5) =$ _____。

動動腦

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = a^\circ$ ， $\angle B = b^\circ$ ， $\angle C = c^\circ$ ，已知 $4a = 3b$ ， $5b = 4c$ 則 $\angle A =$ _____ 度， $\angle B =$ _____ 度， $\angle C =$ _____ 度。

(小明到朋友家囉！)

小明：小華小華～這是剛做好的蛋糕還有飲料，一起吃吧

小華：哇～謝謝你！飲料看起來好特別哦！這是什麼啊？感覺很貴耶

小明：這是綜合果汁哦！一杯才 30 塊哦！

小華：一杯 30 塊，你買了三杯，所以是 90 塊。90 塊只能買兩杯珍珠奶茶呢～

小明：對啊！很便宜吧！買三杯的價錢只能買一杯星冰沙呢！

小華：這樣說起來，珍珠奶茶一杯 45 塊，星冰沙一杯 90 塊，對吧？

小明：對啊！先別說那麼多了，快來吃吧！

從小明和小華的對話中，

$$90 = 3(\text{杯}) \times 30(\text{元}) = 2(\text{杯}) \times 45(\text{元}) = 1(\text{杯}) \times 90(\text{元})$$

杯數比為 3 : 2 : 1

若除以 90(總金額)，

$$\text{得到 } 3 : 2 : 1 = \frac{1}{30} : \frac{1}{45} : \frac{1}{90} \quad \text{除以 } 90$$

若乘以 $30 \times 45 \times 90$

$$\frac{1}{30} : \frac{1}{45} : \frac{1}{90} = 45 \times 90 : 90 \times 30 : 30 \times 45 \quad \text{乘以 } 30 \times 45 \times 90$$

$$\text{最後結果：} 3 : 2 : 1 = \frac{1}{30} : \frac{1}{45} : \frac{1}{90} = 45 \times 90 : 90 \times 30 : 30 \times 45$$

重點三

若 $ax = by = cz$ ，則 $x : y : z = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = b \times c : c \times a : a \times b$

範例 15

若 $3x = 4y = 5z$ ，則 $x : y : z = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

因為 $3x = 4y = 5z$

$$\begin{aligned} \text{所以 } x : y : z &= \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5} \\ &= 4 \times 5 : 5 \times 3 : 3 \times 4 \\ &= 20 : 15 : 12 \end{aligned}$$

練習 24

若 $7x = 8y = 5z$ ，則 $x : y : z = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

練習 25

若 $3x = 2y$ ， $4y = 5z$ ，則 $x : y : z = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

練習 26

之之、點點、比比到果園採蘋果，之之採滿 3 箱時，點點採滿 4 箱；點點採滿 4 箱時，比比採滿 2 箱。請問之之採滿 21 箱時，點點和比比分別採滿了幾箱？

牛刀小試

1. 牛牛、萌萌、豪豪三個人買了 1150 禮物給鉉鉉，已知牛牛出的錢的 3 倍是萌萌出的錢的 4 倍，萌萌出的 3 倍是豪豪出的 2 倍，則三人分別出了多少？

2. 若 $(a + b) : (b + c) : (c + a) = 3 : 5 : 4$ ，則 $a : b : c =$ _____

概念一點通

1. 若 $a : b : c = d : e : f$ ，則 $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ 。

2. 若 $a : b : c = d : e : f$ ，則 $a = dk$ ， $b = ek$ ， $c = fk$ ($k \neq 0$)。

3. 若 $ax = by = cz$ ，則 $x : y : z = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = b \times c : c \times a : a \times b$

數學溝通橋

1. 我覺得__
 - (A) 我對連比例還是很陌生
 - (B) 連比例有點難，我需要時間去想
 - (C) 我已經慢慢熟悉連比例了
 - (D) 我和連比例已經是好朋友了
 - (E) __
2. 連比例的簡單計算對我而言，_____
 - (A) 我還是只能慢慢從比例開始
 - (B) 不算太難，但數字越大，越不知道該怎麼辦
 - (C) 題目類型一換，我就不知道要怎麼算了
 - (D) 慢慢算我完全可以算對
 - (E) __
3. 連比例的應用問題，_____
 - (A) 我不知道它想問我什麼
 - (B) 我看得懂題目，但我不知道怎麼列式
 - (C) 我需要一些時間去適應新題型
 - (D) 我知道該怎麼打敗它了！
 - (E) __