

單元五 比與比例式

主題 1 「比」與「比值」及其應用

一、比：

兩個數量以「：」區隔，藉以呈現兩個數量的關係稱為「比」。

例如：一年四班有 15 個男生，18 個女生，則「男生人數：女生人數」=15：18。

練習 大小兩個正方形的邊長各為 3 公分與 2 公分，請問：

(1) 大正方形的邊長：小正方形的邊長=_____。

(2) 大正方形的周長：小正方形的周長=_____。

(3) 大正方形的面積：小正方形的面積=_____。

觀念一點通 一般而言， a 與 b ($b \neq 0$) 兩個數的比記作 $a : b$ ，讀作「 a 比 b 」。

二、比值：

在「 $a : b$ 」中， a 稱為這個比的前項， b 稱為這個比的後項，將比的前項除以後項（也就是 $a \div b = \frac{a}{b}$ ，其中 $b \neq 0$ ）的結果，稱為這個比的**比值**。

例如：一年四班有 15 個男生，18 個女生，則男生人數：女生

人數 = 15 : 18，比值為 $\frac{5}{6}$ 。(因為 $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$)

範例 1 求 $3 : \frac{6}{7}$ 的比值，並化成最簡分數。

解：

$$3 \div \frac{6}{7} = 3 \times \frac{7}{6} = \frac{3 \times 7}{6} = \frac{7}{2} \quad \text{答：} \frac{7}{2}$$

重點提示 在「 $a : b$ 」中，即使 $a = 0$ ，或者 a 、 b 是負數時，我們也可以求 a 與 b 的比。

例如： $(-3) : (-2)$ 的比值是 $\frac{(-3)}{(-2)} = \frac{3}{2}$ ，

$0 : (-2)$ 的比值是 0 。

範例 2 求 $1\frac{1}{4} : (-1.5)$ 的比值，並化成最簡分數。

解：

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{4} \div (-1.5) &= \frac{5}{4} \div \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{4} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{5}{4} \times \frac{2}{3}\right) \\ &= -\frac{10}{12} = -\frac{5}{6} \quad \text{答：} -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

練習 2.1 求下列各比的比值，並化成最簡分數。

(1) $6 : 14$	(2) $\frac{7}{4} : (-1)$	(3) $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$
--------------	--------------------------	---------------------------------

練習 2.2 求下列各比的比值，並化成最簡分數。

(1) $(-3.9) : (-9.1)$	(2) $0.8 : \frac{5}{4}$	(3) $(-3\frac{1}{5}) : 4$
-----------------------	-------------------------	---------------------------

三、「比值」的應用：

比值在生活中有許多應用。

例如：籃球比賽中，選手的「投進球數：總投球數」的比值稱為「命中率」，以百分率表示。

例如：棒球比賽中，選手的「安打數：總打擊數」的比值稱為「打擊率」，以百分率表示。

範例 3 甲、乙兩人比賽投籃，甲投 100 球，投進 5 球；乙投 10 球，投進 3 球，請問：

- (1) 甲的命中率為何？
- (2) 乙的命中率為何？
- (3) 誰的命中率高？

解：

(1) 甲投 100 球，投進 5 球，甲的命中率是 $\frac{5}{100} = 5\%$ 。

(2) 乙投 10 球，投進 3 球，乙的命中率是 $\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$ 。

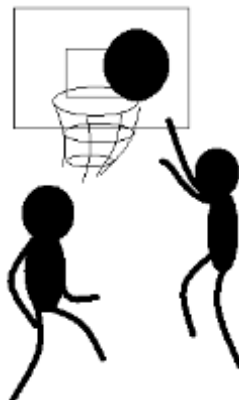
(3) $\frac{5}{100} < \frac{30}{100}$ ，所以乙的命中率高。

練習 3.1 某次籃球比賽，小波投 10 球，投進 7 球，丁丁投 20 球，投進 13 球，請問：

(1) 小波的命中率為何？

(2) 丁丁的命中率為何？

(3) 誰的命中率高？



練習 3.2 以下為甲、乙、丙三人參加棒球比賽的打擊情況。

甲上場打擊 20 次中，共揮出 6 支安打；乙上場打擊 15 次中，共揮出 3 支安打；丙上場打擊 12 次中，共揮出 3 支安打，請問：

- (1) 甲的打擊率為何？

- (2) 乙的打擊率為何？

- (3) 丙的打擊率為何？

- (4) 誰的打擊率最高？

主題 2 「比例式」

一、比例式：

若兩個比「 $a : b$ 」和「 $c : d$ 」的比值相等，即「 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 」，則

可寫成「 $a : b = c : d$ 」，這種等式稱為「比例式」。

其中 b 、 c 稱為這個比例式的「內項」， a 、 d 稱為這個比例式的「外項」。

範例 4 「 $2 : 3$ 」與「 $4 : 6$ 」是否能形成比例式？

解：

「 $2 : 3$ 」的比值為 $\frac{2}{3}$ ，「 $4 : 6$ 」的比值為 $\frac{4}{6}$ ，而「 $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ 」，

所以可以寫成「 $2 : 3 = 4 : 6$ 」。

答：能

練習 4.1 「 $3 : 2$ 」與「 $\frac{5}{3} : \frac{5}{2}$ 」是否能形成比例式？

練習 4.2 「 $1 : \frac{2}{5}$ 」與「 $1.5 : 0.6$ 」是否能形成比例式？

二、比的運算性質：

根據前面的比例式，可以得到以下的運算性質：

$$x : y = ax : ay \quad , \text{ 其中 } a \neq 0$$

這是因為 $x : y$ 的比值為 $\frac{x}{y}$ ， $ax : ay$ 的比值為 $\frac{ax}{ay}$ ，

而「 $\frac{x}{y} = \frac{ax}{ay}$ 」，所以可以寫成「 $x : y = ax : ay$ 」。

觀念一點通 比的前項和後項都乘上 a 倍，仍然是相等的比。

可想成 $xa \left(\begin{array}{c} x : y \\ = ax : ay \end{array} \right) xa$ ，左右都乘以 a 。

範例 5 「 $3:8=15:(\quad)$ 」，請在括號內填入適當的數值。

解：

$$\begin{array}{c} \times 5 \left\{ \begin{array}{l} 3 : 8 \\ \hline = 15 : (\quad) \end{array} \right. \times 5 \end{array}$$

所以 $(\quad) = 8 \times 5 = 40$ 答：40

動動腦 5 「 $3:8 = (\quad):6$ 」，請在□及括號內填入適當的數值。

解：

$$\begin{array}{c} \times \square \left\{ \begin{array}{l} 3 : 8 \\ \hline = (\quad) : 6 \end{array} \right. \times \square \end{array}$$

所以 $(\quad) = 3 \times \square$ 答： (\quad)

練習 5 請在括號內填入適當的數值。

(1) $33:27 = (\quad):9$

(2) $20:8 = 2:(\quad)$

(3) $\frac{3}{5}:(\quad) = 6:7$

(4) $(\quad):\frac{1}{3} = 2:3$

根據前面的比例式，還可以得到以下的運算性質：

$$x : y = (x \div a) : (y \div a) \quad , \text{其中 } a \neq 0$$

這是因為 $x : y$ 的比值為 $\frac{x}{y}$ ，而 $(x \div a) : (y \div a)$ 的比值也是 $\frac{x}{y}$ ，所以可寫成「 $x : y = (x \div a) : (y \div a)$ 」。

觀念一點通 比的前項和後項都除以 a ，仍然是相等的比。

$$\begin{array}{c} \div a \left\{ \begin{array}{l} x : y \\ \hline = \frac{x}{a} : \frac{y}{a} \end{array} \right. \div a \end{array}$$

可想成 $\frac{x}{a} : \frac{y}{a}$ ，左右都除以 a 。

範例 6 若「 $24:18=(\quad):3$ 」，請在括號內填入適當的數值。

解：

$$\begin{array}{l} \div 6 \left(\begin{array}{l} 24 : 18 \\ \hline \end{array} \right) \div 6 \\ \quad \quad \quad = (\quad) : 3 \end{array}$$

所以 $(\quad) = 24 \div 6 = 4$ 答：4

動動腦 6 若「 $1:7=\frac{1}{3}:(\quad)$ 」，請在□及括號內填入適當的數值。

解：

$$\begin{array}{l} \div \square \left(\begin{array}{l} 1 : 7 \\ \hline \end{array} \right) \div \square \\ \quad \quad \quad = \frac{1}{3} : (\quad) \end{array}$$

所以 $(\quad) = 7 \div \square$ 答： (\quad)

練習 6 請在括號內填入適當的數值。

(1) $42:56=(\quad):16$

(2) $25:12=5:(\quad)$

(3) $(\quad):3=1:\frac{3}{4}$

(4) $5:(\quad)=\frac{1}{4}:\frac{1}{2}$

前面學到「兩個比的運算性質」真的很有用喔！

例如：利用這兩個比的運算性質可以解決以下各位同學常遇到的「最簡整數比」的問題。

三、最簡整數比：

x 、 y 都是整數，且 x 和 y 互質，則「 $x : y$ 」稱為「最簡整數比」。

重點提示 若兩整數的最大公因數為 1 時，則稱這兩數互質。

範例 7 (1) 判別「 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 」是否為最簡整數比？

解：

$\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 都不是整數。 答：否

(2) 判別「 $9 : 12$ 」是否為最簡整數比？

解：

9 和 12 都是整數，但 9 和 12 不互質。

(9 和 12 最大公因數=3) 答：否

觀念一點通 「最簡整數比」包含兩個要件：

(1) x 和 y 都是整數

(2) x 和 y 互質

缺一不可喔！

練習 7 下列何者為最簡整數比？請圈出來。

「 $0.3 : 0.5$ 」、「 $24 : 7$ 」、「 $\frac{1}{4} : 5$ 」、「 $27 : 33$ 」、「 $\frac{1}{4} : \frac{1}{3}$ 」、「 $96 : 51$ 」

範例 8 將「 $9 : 12$ 」化成最簡整數比。

解：

9 和 12 最大公因數=3，

$$\begin{aligned} & \div 3 \left(\begin{array}{c} 9 : 12 \\ 3 : 4 \end{array} \right) \div 3 \\ & = \quad \quad \quad \end{aligned}$$

則 $9 : 12 = 3 : 4$

答：3 : 4

觀念一點通 比的前項和後項都除以 3，仍然是相等的比。

動動腦 8 將「 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 」化成最簡整數比，請填入適當的數值。

解：

$$\begin{aligned} & \times \square \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3} \right) \times \square \\ & = () : () \quad \text{(目標是使左右兩數都變成整數)} \\ \text{則 } & () : () = \left(\frac{1}{2} \times \square \right) : \left(\frac{1}{3} \times \square \right) \quad \text{答：} () : () \end{aligned}$$

觀念一點通 比的前項和後項都乘上□倍，仍然是相等的比。

練習 8.1 將「 $64 : 24$ 」化為最簡整數比。

練習 8.2 將「 $\frac{1}{4} : 5$ 」化為最簡整數比。

練習 8.3 將「 $1\frac{3}{4} : \frac{5}{2}$ 」化為最簡整數比。

練習 8.4 將「 $1.2 : 1$ 」化為最簡整數比。

主題三 「比例式」的運算

一、比例式的運算性質一：

比例式的「內項相乘＝外項相乘」。

動動腦 檢驗比例式「 $1\frac{1}{5} : \frac{6}{7} = 7 : 5$ 」的內項相乘

是否等於外項相乘？

經檢驗，我們發現上面的比例式滿足「內項相乘＝外項相乘」，但是，對於其他的比例式都會成立嗎？

事實上，如果「 $x : y = a : b$ 」，則「 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ 」，將算式「 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ 」的等號兩邊同乘以 by ，得到「 $\frac{x}{y} \times by = \frac{a}{b} \times by$ 」，所以「 $bx = ay$ 」，也就是說，對於所有比例式都有「內項相乘＝外項相乘」這一個運算性質。

範例 9 「 $3 : 8 = () : 6$ 」，請在括號內填入適當的數值。

解：

在前面的動動腦 5 中，我們利用「比的運算性質」所得到的答案是 40，現在我們試著利用比例式的「內項相乘＝外項相乘」這一個性質來算算看。

首先我們將 () 假設為 x ，原式可改為 $3 : 8 = x : 6$ ，
則 $8 \times x = 3 \times 6$ ，所以 $x = 3 \times 6 \div 8 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$ 答： $x = \frac{9}{4}$

觀念一點通 比例式的「內項相乘＝外項相乘」這一個性質真是好用啊！同樣的問題不僅跟之前算的答案一樣，而且這樣算還更快哩！

練習 9 求下列各比例式中的 x 值。

$$(1) 6 : \frac{3}{4} = x : 1$$

$$(2) 1.2 : 1.5 = 3 : x$$

$$(3) x : 3 = \frac{5}{6} : 8$$

$$(4) 15 : x = 4 : \frac{4}{5}$$

範例 10 $(x+2) : 6 = x : 3$ ，則 x 為何？

解：

$$\overbrace{(x+2) : 6 = x : 3}^{\quad}, \text{ 則 } 6 \times x = (x+2) \times 3,$$

$$6 \times x = (x+2) \times 3 \quad (\text{分配律})$$

$$6x = 3x + 6$$

$$3x = 6, \text{ 所以 } x=2 \quad \text{答：} x=2$$

練習 10.1 $4 : 3x = 3 : 2$ ，則 x 為何？

練習 10.2 $(x+4) : 8 = 2x : 15$ ，則 x 為何？

前面學到的「比例式的運算性質一」真的很有用喔！

例如：利用它可以解決以下各位同學常遇到的「分數相等可以交叉相乘」的問題。

二、分數相等可以交叉相乘：

若「 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ 」，則交叉相乘後仍然相等，可以得到「 $bx = ay$ 」。

說明： $\frac{x}{y}$ 是「 $x:y$ 」的比值，而 $\frac{a}{b}$ 是「 $a:b$ 」的比值，

如果「 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ 」，則「 $x:y = a:b$ 」，

根據比例式的運算性質一，我們可以得到「 $bx = ay$ 」，

也就是「 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ 」有交叉相乘後仍然相等的運算性質。

範例 11 若「 $\frac{x}{5} = \frac{3}{2}$ 」，則 x 為何？

解：

$$\frac{\cancel{x}}{5} \times \frac{\cancel{3}}{2} \text{ , 故 } x \times 2 = 3 \times 5 \text{ , } x = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2} \quad \text{答: } x = \frac{15}{2}$$

練習 11

(1) 若「 $\frac{x}{6} = \frac{3}{4}$ 」，則 x 為何？

(2) 若「 $\frac{4}{x} = \frac{3}{7}$ 」，則 x 為何？

(3) 若「 $\frac{3x}{4} = \frac{3}{2}$ 」，則 x 為何？

(4) 若「 $\frac{1}{4} = \frac{3}{2x}$ 」，則 x 為何？

前面學到的「比例式的運算性質一」真的很有用喔！

例如：利用它還可以產生以下第二個「比例式的運算性質」。

三、比例式的運算性質二：

在介紹這個性質以前，讓我們先看以下的範例。

範例 12 小益和小靜各有一些零用錢，小益：小靜的零用錢=2：3，且小益和小靜的零用錢共有 500 元，那麼小益和小靜各有多少錢？

解：

因為 小益：小靜的零用錢=2：3， 所以

假如小益的零用錢有 2 元，則小靜有 3 元，

假如小益的零用錢有 20 元，則小靜有 30 元，

假如小益的零用錢有 200 元，則小靜有 300 元，

又小益和小靜的零用錢共有 500 元，所以得到以下答案。

答：小益有 200 元，小靜有 300 元

動動腦 12 承範例 12，若將題目改為「小益：小靜的零用錢=2：3，且小益和小靜的零用錢共有 400 元」，那麼小益和小靜各有多少錢？

從動動腦 12 的解題過程中，相信各位同學可以感受到，將 500 元改為 400 元後，利用「比的運算性質一」變得比較難算了，所以以下將介紹這個好用的「比例式運算性質二」。

由比例式「 $x : y = a : b$ 」，可得「 $ay = bx$ 」，

等號兩邊同除以 ab ，得「 $\frac{ay}{ab} = \frac{bx}{ab}$ 」，也就是「 $\frac{y}{b} = \frac{x}{a}$ 」，

設「 $\frac{y}{b} = \frac{x}{a} = r$ 」，其中 $r \neq 0$ ，則「 $x = ar$ ， $y = br$ 」。

比例式的運算性質二 若「 $x : y = a : b$ 」，則可設
「 $x = ar$ ， $y = br$ ，其中 $r \neq 0$ 」。

範例 13 有一包零食重 200 公克，裡面只有小魚乾和花生，且其重量比為 3：2，則小魚乾多重？花生多重？

解：

因為小魚乾：花生重量=3：2，

所以可設小魚乾重 $3r$ 克，花生重 $2r$ 克， $r \neq 0$

又零食重 200 公克，所以可列式 $3r + 2r = 200$ ，故 $r = 40$ ，

所以小魚乾重 $3 \times 40 = 120$ 克，花生重 $2 \times 40 = 80$ 克。

答：小魚乾重 120 克，花生重 80 克

練習 13.1 鹿鹿國中的男、女學生人數比為 5：3，若男生比女生多 510 人，請問全校學生共有多少人？

練習 13.2 丁丁和拉拉兩人共有 1250 元，且丁丁的錢是拉拉的 4 倍，請問丁丁、拉拉各有幾元？

練習 13.3 中華民國國旗的長與寬之比為 3：2，請問周長為 120 公分的國旗，其長、寬各為多少公分？

從前面的練習中，相信各位同學可以感受到「當 $x : y = a : b$ 時，可設 $x = a r$ ， $y = b r$ ，其中 $r \neq 0$ 」是一個非常好用的性質，為了讓同學能夠更靈活運用這一個性質，以下介紹它的分身。

若「 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ 」，其中 $a \neq 0$ ， $b \neq 0$ ，

可設「 $x = a r$ ， $y = b r$ ，其中 $r \neq 0$ 」。

觀念一點通 若「 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ 」，則「 $b x = a y$ 」，等號同除以 $b y$ 得
 $\frac{b x}{b y} = \frac{a y}{b y}$ ，即「 $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$ 」，也就是「 $x : y = a : b$ 」，
 所以「 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ 」就是「 $x : y = a : b$ 」的分身，
 也可以設「 $x = a r$ ， $y = b r$ ，其中 $r \neq 0$ 」。

範例 14 若「 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ 」，且「 $x + y = 50$ 」，則 $x = ?$ $y = ?$

解：

因為「 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ 」，所以可設 $x = 2 r$ ， $y = 3 r$ ，其中 $r \neq 0$ ，

而且「 $x + y = 50$ 」，也就是「 $2 r + 3 r = 50$ 」，得到 $r = 10$ ，

則 $x = 2 r = 2 \times 10 = 20$ ， $y = 3 r = 3 \times 10 = 30$ 。

答： $x = 20$ ， $y = 30$

重點提示 看到「 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ 」可以想到它是「 $x : y = 2 : 3$ 」的分身，
 可以設「 $x = 2 r$ ， $y = 3 r$ ，其中 $r \neq 0$ 」。

練習 14.1 若「 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ 」，且「 $5x + y = 10$ 」，則 $x = ?$ $y = ?$

練習 14.2 若「 $\frac{x}{7} = \frac{y}{8}$ 」，且「 $y - x = 50$ 」，則 $x = ?$ $y = ?$

以下介紹「 $x : y = a : b$ 」的另一個分身。

若「 $bx = ay$ 」，其中 a 、 b 、 x 、 y 皆不為零，
可設「 $x = ar$ ， $y = br$ 」，其中 $r \neq 0$ 。

觀念一點通 若「 $bx = ay$ 」，等號同除以 by 得

$$\left\langle \frac{bx}{by} = \frac{ay}{by} \right\rangle, \text{ 即 } \left\langle \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \right\rangle, \text{ 也就是 } \left\langle x : y = a : b \right\rangle,$$

所以「 $bx = ay$ 」就是「 $x : y = a : b$ 」的分身，

也可以設「 $x = ar$ ， $y = br$ 」，其中 $r \neq 0$ 。

範例 15 若「 $3x = 2y$ 」，且「 $x + y = 30$ 」，則 $x = ?$ $y = ?$

解：

因為「 $3x = 2y$ 」，所以可設 $x = 2r$ ， $y = 3r$ ，其中 $r \neq 0$ ，

而且「 $x + y = 30$ 」，也就是「 $2r + 3r = 30$ 」，得到 $r = 6$ ，

則 $x = 2r = 2 \times 6 = 12$ ， $y = 3r = 3 \times 6 = 18$ 。

答： $x = 12$ ， $y = 18$

重點提示 看到「 $3x = 2y$ 」可以想到它是「 $x : y = 2 : 3$ 」的分身，

可以設「 $x = 2r$ ， $y = 3r$ 」，其中 $r \neq 0$ 。

練習 15.1 若「 $3x = 4y$ 」，且「 $x + y = \frac{7}{2}$ 」，則 $x = ?$ $y = ?$

練習 15.2 若「 $9x = 6y$ 」，且「 $x - y = 3$ 」，則 $x = ?$ $y = ?$

練習 15.3 若「 $3x = y$ 」，且「 $x + 5y = 6$ 」，則 $x = ?$ $y = ?$

範例 16 若「 $\frac{2x}{3} = \frac{y}{2}$ 」，則 $x : y$ 為何？

解：

$$\frac{2x}{3} \times \frac{y}{2}$$

得到 $4x = 3y$

答： $x : y = 3 : 4$

練習 16

(1) 「 $\frac{4x}{3} = \frac{y}{4}$ 」則 $x : y = ?$

(2) 「 $\frac{x}{3} = 2y$ 」則 $x : y = ?$

(3) 「 $3x = \frac{y}{4}$ 」則 $x : y = ?$

(4) 「 $\frac{2x}{3} = \frac{7y}{4}$ 」則 $x : y = ?$

動動腦 16 $2x : y = 3 : 5$ ，且 $5x + y = 900$ ，則 $x = ? y = ?$

主題四 「正比」與「反比」

一、正比

在日常生活中，我們常可發現某數量隨著另一個數量而變化。

例如：買 1 枝筆 10 元，買 2 枝筆 20 元，買 3 枝筆 30 元，…

可以列表如下：

枝數	1	2	3	4	…
價錢	10	20	30	40	…

假設當買 x 枝筆時，價錢為 y 元，則當 $x=1$ 時， $y=10$ ，當 $x=2$ 時， $y=20$ ，…，所以當 x 值改變時， y 值也隨之改變，而且 y 值恆為 x 值的 10 倍，則可記為「 $y=10x$ 」。

在這種情形下，我們說 y 值與 x 值成「正比」。

觀念一點通 如果 y 值恆為 x 值的 k 倍，則可記為「 $y=kx$ 」，其中 k 為固定的數，則可以說 y 值與 x 值成「正比」，並且稱「 $y=kx$ 」為 x 與 y 的關係式。

範例 17 設買 x 杯牛奶的價錢為 y 元， x 與 y 的關係列表如下，

x 杯	1	2	3	4	…
y 元	30	60	90	120	…

請問：

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

答：(1)是 (2)30 倍 (3) $y=30x$ (4)是

重點提示 由「 $y=30x$ 」也可推得「 $x=\frac{1}{30}y$ 」，

所以當「 y 與 x 成正比」時，也可以說是「 x 與 y 成正比」。

練習 17.1 長方形的寬固定為 5 公分，設此長方形的長為 x ，面積為 y ，長與面積的關係如下表，請問：

長為 x 公分	1	2	3	4	...
面積為 y 平方公分	5	10	15	20	...

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

重點提示 長方形面積公式為「面積 = 長 × 寬」

練習 17.2 長方形的長固定為 3 公分，設此長方形的寬為 x ，面積為 y ，請根據此長方形寬與面積的關係填入下表，並回答下列問題：

寬為 x 公分	1		5		...
面積為 y 平方公分		9		24	...

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

觀念一點通 長方形面積公式為「面積 = 長 × 寬」，

我們發現長固定時，寬越大，面積就越大，

也就是 $\overset{\uparrow}{\text{面積}} = \overset{\uparrow}{\text{長}} \times \overset{\uparrow}{\text{寬}}$ 。

練習 17.3 小馬維持 1 小時走 2 公里的速度行走，如果小馬 x 小時共走了 y 公里的距離，則他行走的距離與時間的關係如下表，

距離為 x 公里	2	4	6	8	...
時間為 y 小時	1	2	3	4	...

請問：

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

重點提示 速度的公式為：「速度 = 距離 ÷ 時間」

也可以說是「速度 × 時間 = 距離」

練習 17.4 小豬維持 2 小時走 7 公里的速度行走，如果小豬 x 小時共走 y 公里，請根據他跑步的距離與時間的關係填入下表，

時間為 x 小時	2		12		...
距離為 y 公里		28		49	...

請問：

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

觀念一點通 速度的公式為「速度 × 時間 = 距離」，

我們發現速度固定時，花越多時間，就行走越遠，

也就是 $\boxed{\text{速度}} \times \text{時間} = \text{距離}$ 。

練習 17.5 小喬跑步 2 小時，如果小喬以每小時 x 公里的速度，跑 y 公里的距離，請根據她跑步的距離與時間的關係填入下表，並回答下列問題：

速度為 x 公里(每小時)					...
距離為 y 公里	1	2	3	4	...

(1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？

(2) y 值恆為 x 值的多少倍？

(3) y 與 x 的關係式為何？

(4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

觀念一點通 速度的公式為「速度 \times 時間=距離」

我們發現時間固定時，跑越快（速度越快），就跑越遠，

也就是 $\overset{\uparrow}{\text{速度}} \times \boxed{\overset{\uparrow}{\text{時間}}} = \overset{\uparrow}{\text{距離}}$ 。

動動腦 17 阿本 1 歲時，他的母親 25 歲，設阿本 x 歲時，母親 y 歲，請先將阿本母親的年齡填入下表，並回答下列問題：

阿本 x 歲	1	10	20	30	...
阿本的母親為 y 歲					...

(1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？

(2) y 值可能為 x 值的多少倍？

(3) 可以列出 y 與 x 的關係式嗎？

(4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

重點提示 動動腦 17 雖然不成正比，但也不是反比喔！

以下將介紹「反比」的概念。

二、反比

如果老師要全班同學各自剪一個面積為 12 平方公分的長方形紙板，則每個人所剪出來的長方形可能有不同規格，如：長為 1 公分，則寬為 12 公分；長為 2 公分，則寬為 6 公分；…

可以列表如下：

長(公分)	1	2	3	4	…
寬(公分)	12	6	4	3	…

假設當長為 x 公分時，寬為 y 公分，則當 $x=1$ 時， $y=12$ ，當 $x=2$ 時， $y=6$ ，當 $x=3$ 時， $y=4$ ，… 所以當 x 值改變時， y 值也隨之改變。

而且 y 值與 x 值的乘積恆為 12，可記為「 $x y = 12$ 」，在這種情形下，我們說 y 值與 x 值成「反比」。

觀念一點通 如果 y 值與 x 值的乘積恆為 k ，則可記為「 $x y = k$ 」，其中 k 為固定的數 ($k \neq 0$)，則可以說 y 值與 x 值成「反比」。並且稱「 $x y = k$ 」為 x 與 y 的關係式。

範例 18 長方形的面積固定為 8 平方公分，設此長方形的長為 x ，寬為 y ，下表為此長方形的長與寬的關係，請問：

長為 x 公分	1	2	3	4	…
寬為 y 公分	8	4	$\frac{8}{3}$	2	…

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 與 x 的關係式為何？
- (3) y 與 x 兩個數量是否成反比？

答：(1)是 (2) $x y = 8$ (3)是

觀念一點通 長方形面積公式為「面積 = 長 \times 寬」，我們發現面積固定時，長越大，寬就越小，也就是 $\boxed{\text{面積}} = \cancel{\text{長}} \times \cancel{\text{寬}}$ 。

練習 18 小智想跑完 5 公里的距離，如果小智以每小時 x 公里的速度，跑 y 小時，請根據他跑步的速度與時間的關係填入下表，並回答下列問題：

速度 x 公里(每小時)	1	2	3	4	...
時間 y 小時					...

(1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？

(2) y 與 x 的關係式為何？

(3) y 與 x 兩個數量是否成反比？

觀念一點通 速度的公式為「速度 \times 時間=距離」

我們發現距離固定時，跑越快，時間就花費越短，

也就是 ~~速度~~ \times ~~時間~~ = 距離。

範例 19 設 x 與 y 成反比，已知當 $x = 3$ 時， $y = 5$ ，請問當 $x = 9$ 時， y 是多少？

解：

因為 x 與 y 成反比，所以可設「 $x \cdot y = k$ 」，

將 $x = 3$ ， $y = 5$ 代入上式，得「 $3 \times 5 = k$ 」， $k = 15$ ，

所以 x 與 y 的關係式為「 $x \cdot y = 15$ 」，

當 $x = 9$ 時，得「 $9 \times y = 15$ 」，所以 $y = \frac{15}{9}$ 。 答： $y = \frac{15}{9}$

練習 19.1 設 x 與 y 成反比，已知當 $x = 7$ 時， $y = 20$ ，請問當 $x = 21$ 時， y 是多少？

練習 19.2 設 x 與 y 成反比，已知當 $x = \frac{12}{7}$ 時， $y = -\frac{14}{3}$ ，請問當 $x = 18$ 時， y 是多少？