

主題四 「正比」與「反比」

一、正比

在日常生活中，我們常可發現某數量隨著另一個數量而變化。

例如：買 1 枝筆 10 元，買 2 枝筆 20 元，買 3 枝筆 30 元，…

可以列表如下：

枝數	1	2	3	4	…
價錢	10	20	30	40	…

假設當買 x 枝筆時，價錢為 y 元，則當 $x=1$ 時， $y=10$ ，當 $x=2$ 時， $y=20$ ，…，所以當 x 值改變時， y 值也隨之改變，而且 y 值恆為 x 值的 10 倍，則可記為「 $y=10x$ 」。

在這種情形下，我們說 y 值與 x 值成「正比」。

觀念一點通 如果 y 值恆為 x 值的 k 倍，則可記為「 $y=kx$ 」，其中 k 為固定的數，則可以說 y 值與 x 值成「正比」，並且稱「 $y=kx$ 」為 x 與 y 的關係式。

範例 17 設買 x 杯牛奶的價錢為 y 元， x 與 y 的關係列表如下，

x 杯	1	2	3	4	…
y 元	30	60	90	120	…

請問：

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

答：(1)是 (2)30 倍 (3) $y=30x$ (4)是

重點提示 由「 $y=30x$ 」也可推得「 $x=\frac{1}{30}y$ 」，所以當「 y 與 x 成正比」時，也可以說是「 x 與 y 成正比」。

練習 17.1 長方形的寬固定為 5 公分，設此長方形的長為 x ，面積為 y ，長與面積的關係如下表，請問：

長為 x 公分	1	2	3	4	...
面積為 y 平方公分	5	10	15	20	...

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

重點提示 長方形面積公式為「面積 = 長 × 寬」

練習 17.2 長方形的長固定為 3 公分，設此長方形的寬為 x ，面積為 y ，請根據此長方形寬與面積的關係填入下表，並回答下列問題：

寬為 x 公分	1		5		...
面積為 y 平方公分		9		24	...

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

觀念一點通 長方形面積公式為「面積 = 長 × 寬」，

我們發現長固定時，寬越大，面積就越大，

也就是 $\overset{\uparrow}{\text{面積}} = \overset{\uparrow}{\text{長}} \times \overset{\uparrow}{\text{寬}}$ 。

練習 17.3 小馬維持 1 小時走 2 公里的速度行走，如果小馬 x 小時共走了 y 公里的距離，則他行走的距離與時間的關係如下表，

距離為 x 公里	2	4	6	8	...
時間為 y 小時	1	2	3	4	...

請問：

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

重點提示 速度的公式為：「速度 = 距離 ÷ 時間」

也可以說是「速度 × 時間 = 距離」

練習 17.4 小豬維持 2 小時走 7 公里的速度行走，如果小豬 x 小時共走 y 公里，請根據他跑步的距離與時間的關係填入下表，

時間為 x 小時	2		12		...
距離為 y 公里		28		49	...

請問：

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 值恆為 x 值的多少倍？
- (3) y 與 x 的關係式為何？
- (4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

觀念一點通 速度的公式為「速度 × 時間 = 距離」，

我們發現速度固定時，花越多時間，就行走越遠，

也就是 $\boxed{\text{速度}} \times \text{時間} = \text{距離}$ 。

練習 17.5 小喬跑步 2 小時，如果小喬以每小時 x 公里的速度，跑 y 公里的距離，請根據她跑步的距離與時間的關係填入下表，並回答下列問題：

速度為 x 公里(每小時)					...
距離為 y 公里	1	2	3	4	...

(1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？

(2) y 值恆為 x 值的多少倍？

(3) y 與 x 的關係式為何？

(4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

觀念一點通 速度的公式為「速度 \times 時間=距離」

我們發現時間固定時，跑越快（速度越快），就跑越遠，

也就是 $\overset{\uparrow}{\text{速度}} \times \boxed{\overset{\uparrow}{\text{時間}}} = \overset{\uparrow}{\text{距離}}$ 。

動動腦 17 阿本 1 歲時，他的母親 25 歲，設阿本 x 歲時，母親 y 歲，請先將阿本母親的年齡填入下表，並回答下列問題：

阿本 x 歲	1	10	20	30	...
阿本的母親為 y 歲					...

(1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？

(2) y 值可能為 x 值的多少倍？

(3) 可以列出 y 與 x 的關係式嗎？

(4) y 與 x 兩個數量是否成正比？

重點提示 動動腦 17 雖然不成正比，但也不是反比喔！

以下將介紹「反比」的概念。

二、反比

如果老師要全班同學各自剪一個面積為 12 平方公分的長方形紙板，則每個人所剪出來的長方形可能有不同規格，如：長為 1 公分，則寬為 12 公分；長為 2 公分，則寬為 6 公分；…

可以列表如下：

長(公分)	1	2	3	4	…
寬(公分)	12	6	4	3	…

假設當長為 x 公分時，寬為 y 公分，則當 $x=1$ 時， $y=12$ ，當 $x=2$ 時， $y=6$ ，當 $x=3$ 時， $y=4$ ，… 所以當 x 值改變時， y 值也隨之改變。

而且 y 值與 x 值的乘積恆為 12，可記為「 $x y = 12$ 」，在這種情形下，我們說 y 值與 x 值成「反比」。

觀念一點通 如果 y 值與 x 值的乘積恆為 k ，則可記為「 $x y = k$ 」，其中 k 為固定的數 ($k \neq 0$)，則可以說 y 值與 x 值成「反比」。並且稱「 $x y = k$ 」為 x 與 y 的關係式。

範例 18 長方形的面積固定為 8 平方公分，設此長方形的長為 x ，寬為 y ，下表為此長方形的長與寬的關係，請問：

長為 x 公分	1	2	3	4	…
寬為 y 公分	8	4	$\frac{8}{3}$	2	…

- (1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？
- (2) y 與 x 的關係式為何？
- (3) y 與 x 兩個數量是否成反比？

答：(1)是 (2) $x y = 8$ (3)是

觀念一點通 長方形面積公式為「面積 = 長 × 寬」，我們發現面積固定時，長越大，寬就越小，也就是 $\boxed{\text{面積}} = \cancel{\text{長}} \times \cancel{\text{寬}}$ 。

練習 18 小智想跑完 5 公里的距離，如果小智以每小時 x 公里的速度，跑 y 小時，請根據他跑步的速度與時間的關係填入下表，並回答下列問題：

速度 x 公里(每小時)	1	2	3	4	...
時間 y 小時					...

(1) 當 x 值改變時， y 值也隨之改變嗎？

(2) y 與 x 的關係式為何？

(3) y 與 x 兩個數量是否成反比？

觀念一點通 速度的公式為「速度 \times 時間=距離」

我們發現距離固定時，跑越快，時間就花費越短，

也就是 ~~速度~~ \times ~~時間~~ = 距離。

範例 19 設 x 與 y 成反比，已知當 $x = 3$ 時， $y = 5$ ，請問當 $x = 9$ 時， y 是多少？

解：

因為 x 與 y 成反比，所以可設「 $x y = k$ 」，

將 $x = 3$ ， $y = 5$ 代入上式，得「 $3 \times 5 = k$ 」， $k = 15$ ，

所以 x 與 y 的關係式為「 $x y = 15$ 」，

當 $x = 9$ 時，得「 $9 \times y = 15$ 」，所以 $y = \frac{15}{9}$ 。 答： $y = \frac{15}{9}$

練習 19.1 設 x 與 y 成反比，已知當 $x = 7$ 時， $y = 20$ ，請問當 $x = 21$ 時， y 是多少？

練習 19.2 設 x 與 y 成反比，已知當 $x = \frac{12}{7}$ 時， $y = -\frac{14}{3}$ ，請問當 $x = 18$ 時， y 是多少？