

主題 2 「比例式」

一、比例式：

若兩個比「 $a : b$ 」和「 $c : d$ 」的比值相等，即「 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 」，則

可寫成「 $a : b = c : d$ 」，這種等式稱為「比例式」。

其中 b 、 c 稱為這個比例式的「內項」， a 、 d 稱為這個比例式的「外項」。

範例 4 「 $2 : 3$ 」與「 $4 : 6$ 」是否能形成比例式？

解：

「 $2 : 3$ 」的比值為 $\frac{2}{3}$ ，「 $4 : 6$ 」的比值為 $\frac{4}{6}$ ，而「 $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ 」，

所以可以寫成「 $2 : 3 = 4 : 6$ 」。

答：能

練習 4.1 「 $3 : 2$ 」與「 $\frac{5}{3} : \frac{5}{2}$ 」是否能形成比例式？

練習 4.2 「 $1 : \frac{2}{5}$ 」與「 $1.5 : 0.6$ 」是否能形成比例式？

二、比的運算性質：

根據前面的比例式，可以得到以下的運算性質：

$$x : y = ax : ay \quad , \text{ 其中 } a \neq 0$$

這是因為 $x : y$ 的比值為 $\frac{x}{y}$ ， $ax : ay$ 的比值為 $\frac{ax}{ay}$ ，

而「 $\frac{x}{y} = \frac{ax}{ay}$ 」，所以可以寫成「 $x : y = ax : ay$ 」。

觀念一點通 比的前項和後項都乘上 a 倍，仍然是相等的比。

可想成 $xa \left(\begin{array}{c} x : y \\ = ax : ay \end{array} \right) xa$ ，左右都乘以 a 。

範例 5 「 $3:8=15:(\quad)$ 」，請在括號內填入適當的數值。

解：

$$\begin{array}{c} \times 5 \left\{ \begin{array}{l} 3 : 8 \\ \hline = 15 : (\quad) \end{array} \right. \times 5 \end{array}$$

所以 $(\quad) = 8 \times 5 = 40$ 答：40

動動腦 5 「 $3:8 = (\quad):6$ 」，請在□及括號內填入適當的數值。

解：

$$\begin{array}{c} \times \square \left\{ \begin{array}{l} 3 : 8 \\ \hline = (\quad) : 6 \end{array} \right. \times \square \end{array}$$

所以 $(\quad) = 3 \times \square$ 答： (\quad)

練習 5 請在括號內填入適當的數值。

(1) $33:27 = (\quad):9$

(2) $20:8 = 2:(\quad)$

(3) $\frac{3}{5}:(\quad) = 6:7$

(4) $(\quad):\frac{1}{3} = 2:3$

根據前面的比例式，還可以得到以下的運算性質：

$$x : y = (x \div a) : (y \div a) \quad , \text{其中 } a \neq 0$$

這是因為 $x : y$ 的比值為 $\frac{x}{y}$ ，而 $(x \div a) : (y \div a)$ 的比值也是 $\frac{x}{y}$ ，所以可寫成「 $x : y = (x \div a) : (y \div a)$ 」。

觀念一點通 比的前項和後項都除以 a ，仍然是相等的比。

$$\begin{array}{c} \div a \left\{ \begin{array}{l} x : y \\ \hline = \frac{x}{a} : \frac{y}{a} \end{array} \right. \div a \end{array}$$

可想成 $\frac{x}{a} : \frac{y}{a}$ ，左右都除以 a 。

三、最簡整數比：

x 、 y 都是整數，且 x 和 y 互質，則「 $x : y$ 」稱為「最簡整數比」。

重點提示 若兩整數的最大公因數為 1 時，則稱這兩數互質。

範例 7 (1) 判別「 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 」是否為最簡整數比？

解：

$\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 都不是整數。 答：否

(2) 判別「 $9 : 12$ 」是否為最簡整數比？

解：

9 和 12 都是整數，但 9 和 12 不互質。

(9 和 12 最大公因數=3) 答：否

觀念一點通 「最簡整數比」包含兩個要件：

(1) x 和 y 都是整數

(2) x 和 y 互質

缺一不可喔！

練習 7 下列何者為最簡整數比？請圈出來。

「 $0.3 : 0.5$ 」、「 $24 : 7$ 」、「 $\frac{1}{4} : 5$ 」、「 $27 : 33$ 」、「 $\frac{1}{4} : \frac{1}{3}$ 」、「 $96 : 51$ 」

範例 8 將「 $9 : 12$ 」化成最簡整數比。

解：

9 和 12 最大公因數=3，

$$\begin{aligned} & \div 3 \left(\begin{array}{c} 9 : 12 \\ \hline 3 : 4 \end{array} \right) \div 3 \\ & = \quad \quad \quad \end{aligned}$$

則 $9 : 12 = 3 : 4$

答：3 : 4

觀念一點通 比的前項和後項都除以 3，仍然是相等的比。

動動腦 8 將「 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 」化成最簡整數比，請填入適當的數值。

解：

$$\begin{aligned} & \times \square \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3} \right) \times \square \\ & = () : () \quad (\text{目標是使左右兩數都變成整數}) \\ \text{則 } & () : () = \left(\frac{1}{2} \times \square \right) : \left(\frac{1}{3} \times \square \right) \quad \text{答} : () : () \end{aligned}$$

觀念一點通 比的前項和後項都乘上□倍，仍然是相等的比。

練習 8.1 將「 $64 : 24$ 」化為最簡整數比。

練習 8.2 將「 $\frac{1}{4} : 5$ 」化為最簡整數比。

練習 8.3 將「 $1\frac{3}{4} : \frac{5}{2}$ 」化為最簡整數比。

練習 8.4 將「 $1.2 : 1$ 」化為最簡整數比。