

主題三：二元一次方程式的圖形

複習一下

以一組特定數代入二元一次方程式中的未知數(如 x 與 y)，可使方程式左右兩邊的值相等，則稱該組數為此方程式的解。

下列哪幾組數是二元一次方程式 $2x + y = 4$ 的解？

- (A) $x = 1$ 、 $y = 2$ (B) $x = 2$ 、 $y = 1$
 (C) $x = -1$ 、 $y = 6$ (D) $x = 2$ 、 $y = 0$

如果不清楚，
舉手問老師喔！



可以將二元一次方程式中的解用數對表示。

例如：

$x = 1$ 、 $y = 2$ 是二元一次方程式 $x + 2y = 5$ 的一組解，
 可以將這組解記成數對 $(1, 2)$ ，要注意 x 、 y 的順序。

請將上一題中，是 $2x + y = 4$ 的解的各組數，用數對表示：

(__ , __)

(__ , __)

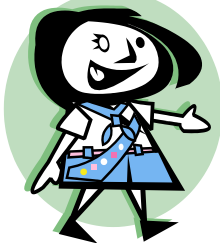
(__ , __)

PART I

例題一



找出二元一次方程式 $x + 2y = 5$ 的五組解。



因為二元一次方程式都會有很多組解，可用表格方式記錄。

x	1	-1			-3
y	2		1	0	

可先任意給 x 的數值，再算出 y 的數值。當然也可以反過來！

任意給定 $x=1$ 後，代入 $x + 2y = 5$ ，
 得到 $1 + 2y = 5$
 $2y = 4$
 $y = 2$

請算出上表中空格的數值。

請將上表中的每一組解寫成數對的形式。

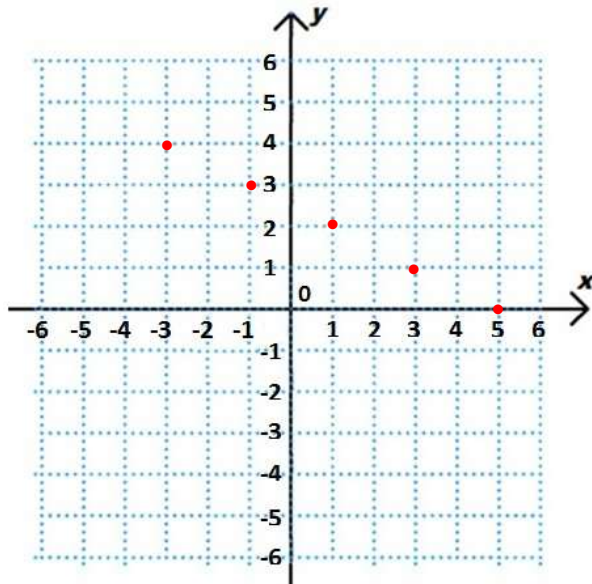
(__, __)、(__, __)、(__, __)、(__, __)、(__, __)

我們把方程式的解寫成數對的形式，然後將數對描繪在坐標平面上，方程式的一組解在坐標平面上就是一個點。

在例題一中，找到方程式 $x + 2y = 5$ 的五組解，寫成數對為：

$(1,2)$ 、 $(-1,3)$ 、 $(3,1)$ 、 $(5,0)$ 、 $(-3,4)$

將這些數對描繪在坐標平面上，可得到 5 個點。



例題二



依序完成下列活動：

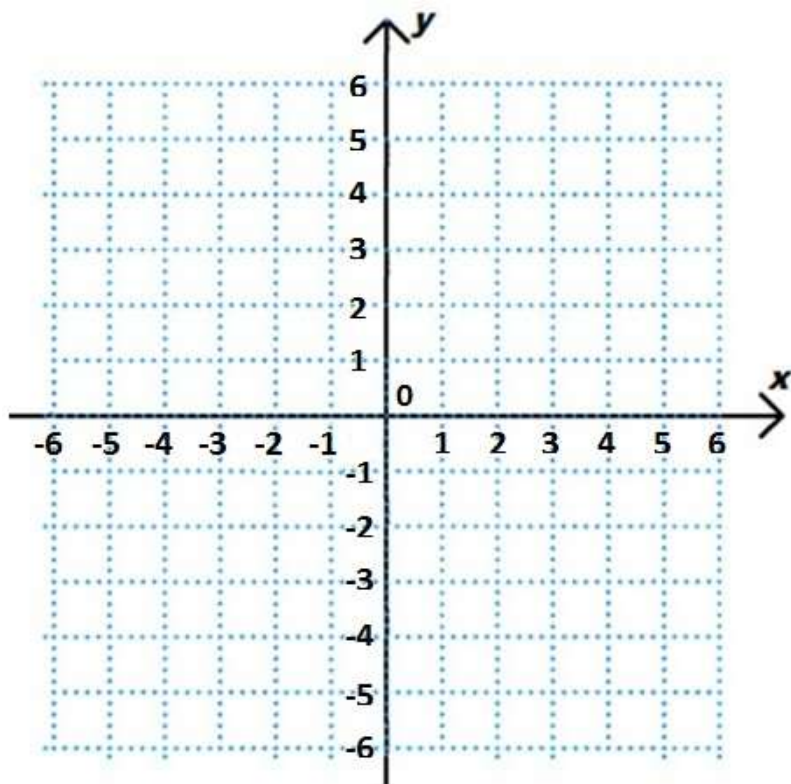
1. 求出二元一次方程式 $x + y = 4$ 的七組解。

解：

x	0	1	2		-1		-3
y				1		-2	

2. 將找到的七組解，寫成數對的形式。

3. 將這些數對描繪在坐標平面上。



4. 將描出來的點連起來，會形成怎樣的圖形？_____

如果找更多組二元一次方程式的解，描出來的點會更密集。
二元一次方程式的解，在坐標平面上會形成一條直線。
也就是說，
在坐標平面上，二元一次方程式的圖形是一條直線。

隨堂練習



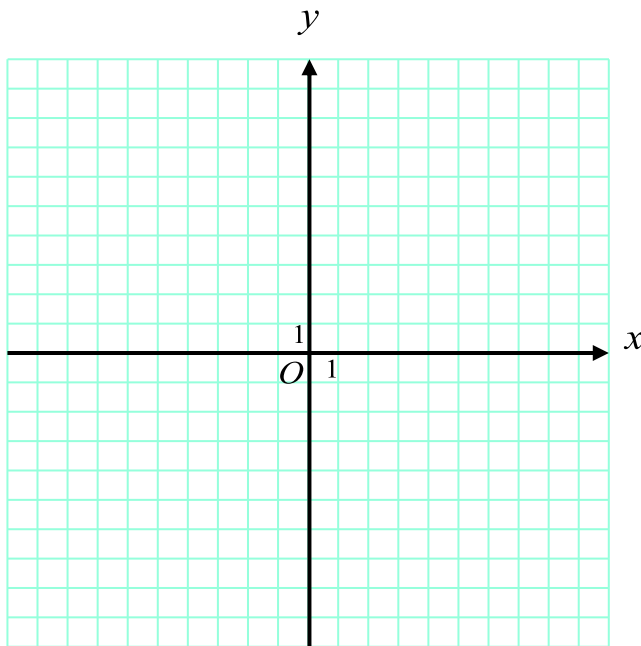
(1) 請找出二元一次方程式 $2x - y = 1$ 的六組解。

x						
y						

(2) 將上面找到的六組解，用數對表示。

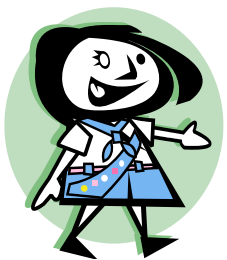
(3) 把前後兩個數對用**藍筆**標示在下圖，其他數對用**紅筆**標示。

(4) 把藍點相連，有沒有發現紅點也都落在這條直線上？



(5) 在這條直線上有一點 $(4,7)$ ，將數對轉為 $x = 4$ 、 $y = 7$ ，

檢查看看， $x = 4$ 、 $y = 7$ 是否為二元一次方程式 $2x - y = 1$ 的解？



在坐標平面上，二元一次方程式的圖形是一條直線，
該直線上任何一點都是原二元一次方程式的一組解。

例題三



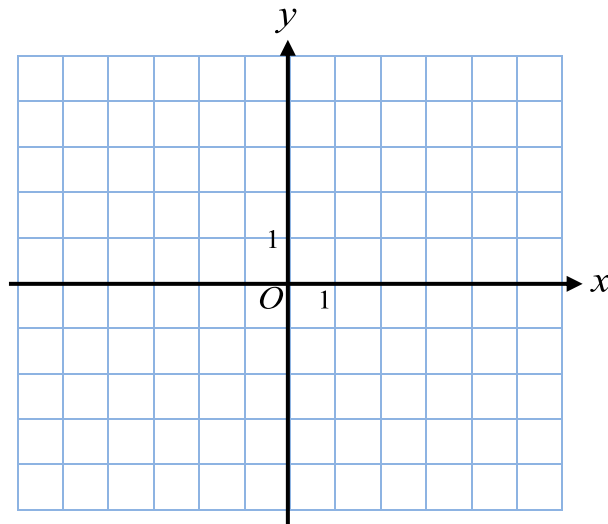
畫出二元一次方程式 $x + 2y = 4$ 的圖形。

解：

- (1) 找出方程式的一些解。

x						
y						

- (2) 將找到的解，用數對表示，並描繪在坐標平面上。



- (3) 用直線連接描出來的點，即為二元一次方程式 $x + 2y = 4$ 的圖形。

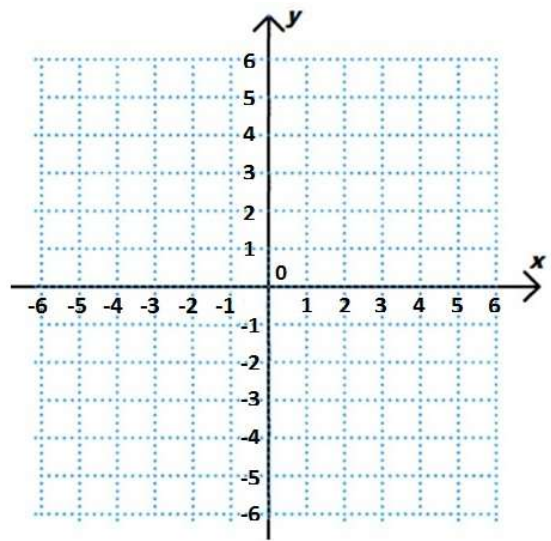
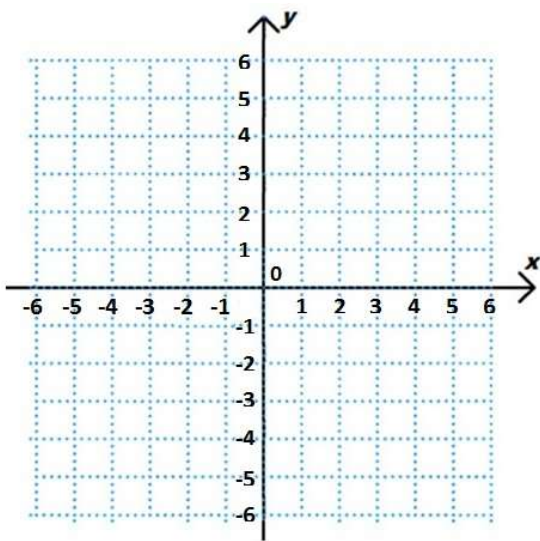
隨堂練習




畫出下列各二元一次方程式的圖形。

(1) $x - y = 1$

(2) $x + 3y = 0$



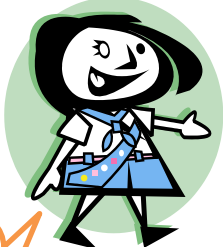

例題四

畫出二元一次方程式 $y = 2x - 1$ 的圖形。

(1) 找出二元一次方程式 $y = 2x - 1$ 的五組解。

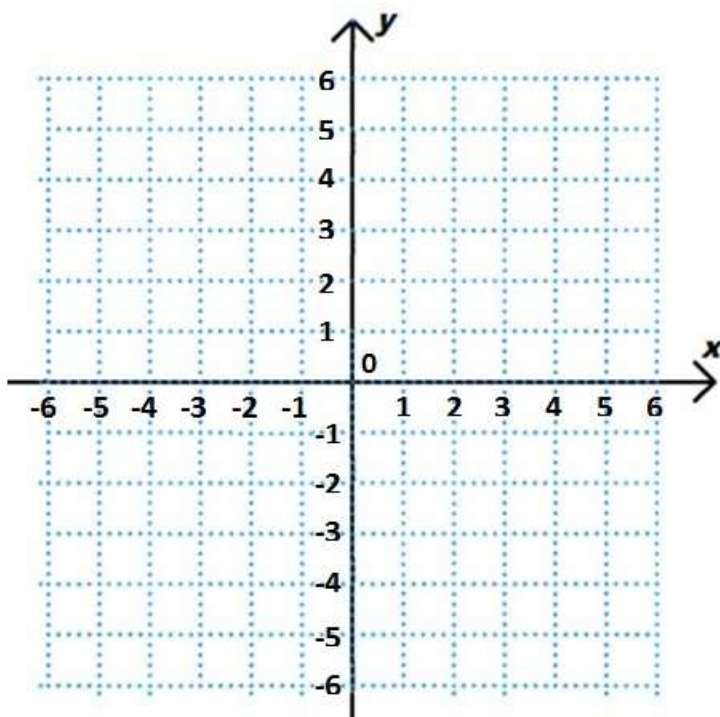
x	0	1	2	-1	-2
y	-1				


$$2 \cdot 0 - 1 = -1$$



我發現，先給 x 的值，再算 y 的值比較容易耶！

(2) 在直角坐標平面上描點，並用直線連接。

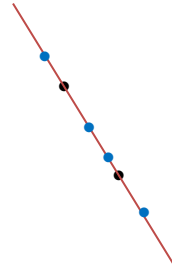
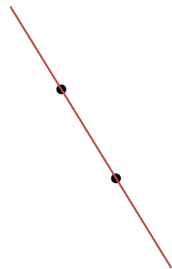
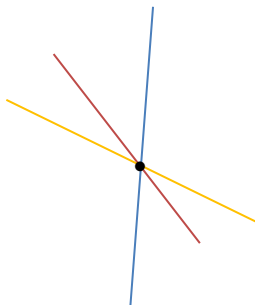
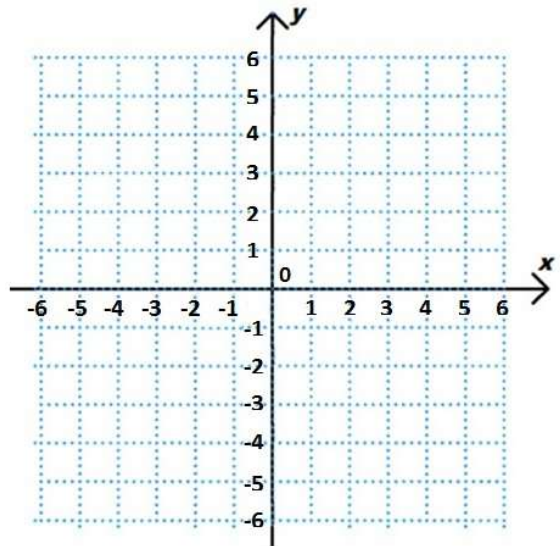
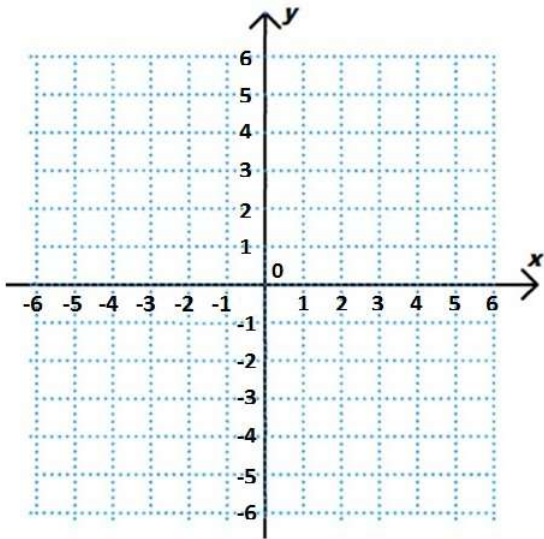


隨堂練習 

畫出下列各二元一次方程式的圖形。

(1) $y = x + 2$

(2) $y = -3x + 4$



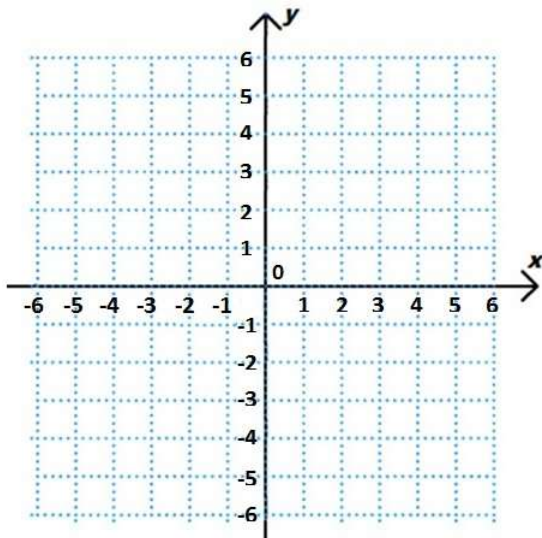
你發現了嗎？只要幾個點就可以連成一直線？
 答案是**兩個點**。
 所以只要找到二元一次方程式的兩組解，寫成數對，並在坐標平面上描點，連成一直線，就是二元一次方程式的圖形。

隨堂練習

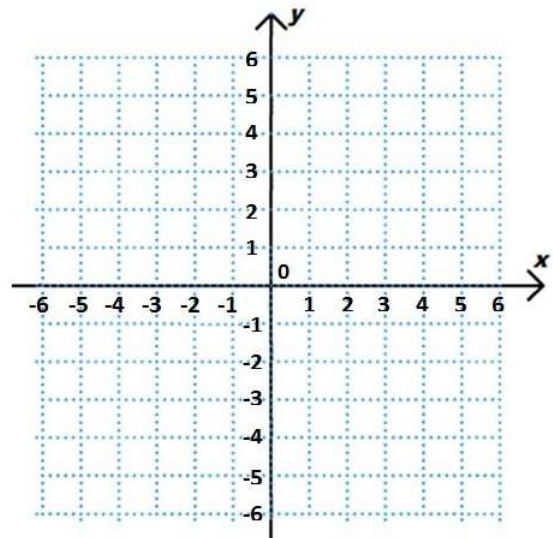


畫出下列各二元一次方程式的圖形。

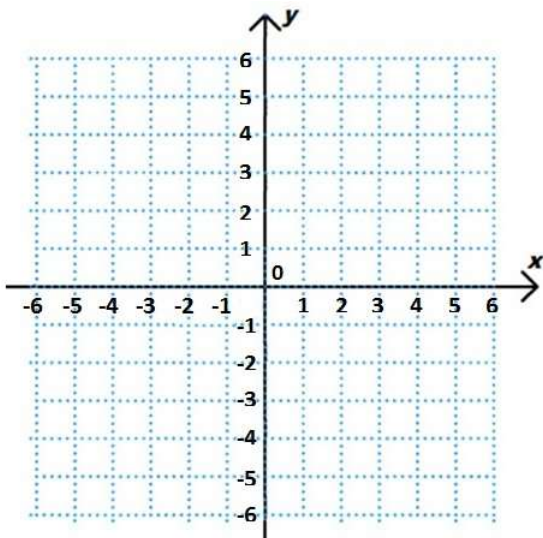
(1) $2x - y = -2$



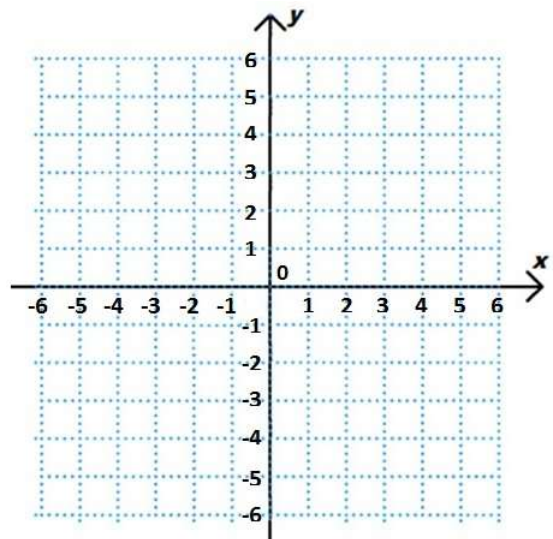
(2) $-3x + 2y = 6$



(3) $x - y = 0$



(4) $y = -3x$



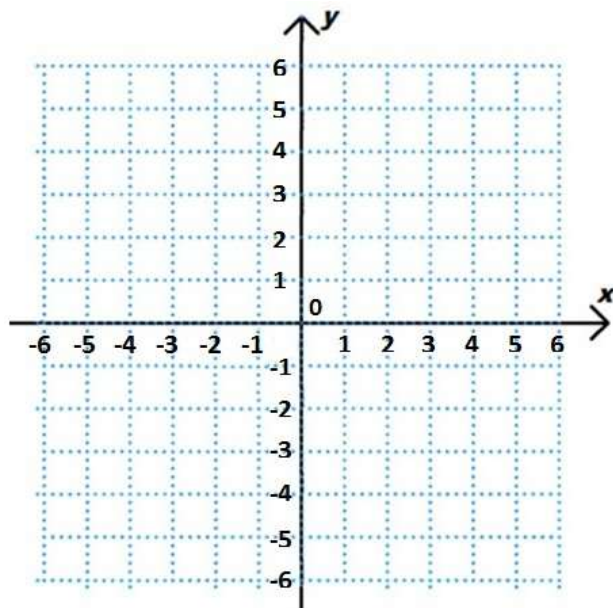
PART II

例題一



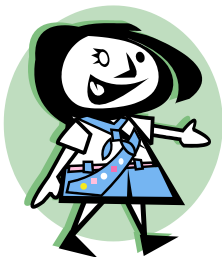
有一輛玩具小火車，它在直角坐標平面上沿著一直線行駛，以下是它經過的一些點： $(4,1)$ 、 $(4,3)$ 、 $(4,4)$ 、 $(4,-2)$ 、 $(4,-6)$ 、 $(4,-5)$ 、 $(4,0)$

(1) 請將這些點描在坐標平面上，並畫出小火車所走的路線。



(2) 小火車所走的路線上的點，它的坐標有什麼特徵？

(3) 小火車所走的直線方程式是_____



方程式 $x = 4$ ，我們可以看成 $x + 0y = 4$ ，
所以也是二元一次方程式，圖形是一條直線。

隨堂練習

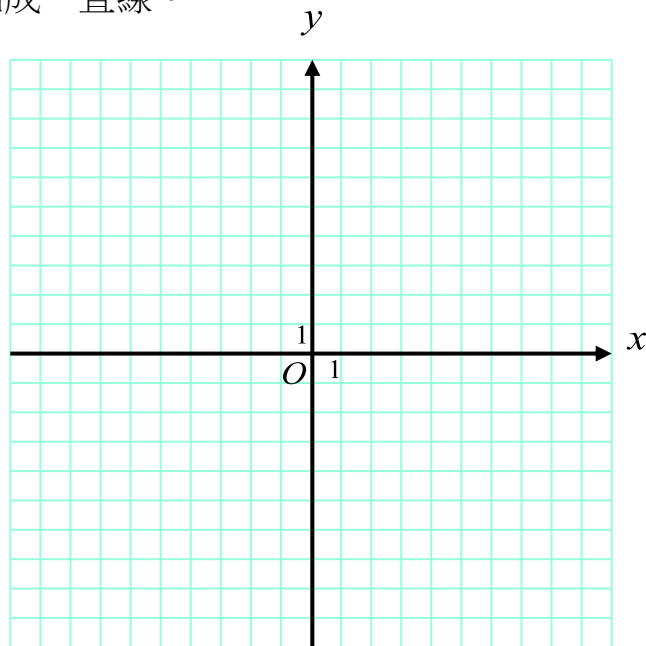


依序完成下列各題：

(1) 請在坐標平面上描出下列各點。

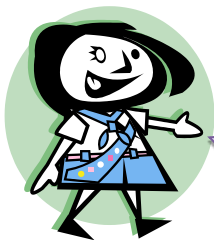
$(-3,1)$ 、 $(-3,2)$ 、 $(-3,4)$ 、 $(-3,-2)$ 、 $(-3,-3)$ 、 $(-3,-5)$ 、 $(-3,0)$

並連接各點成一直線。



(2) 這些點的坐標有什麼特徵？

(3) 這些點所連成的直線方程式是_____



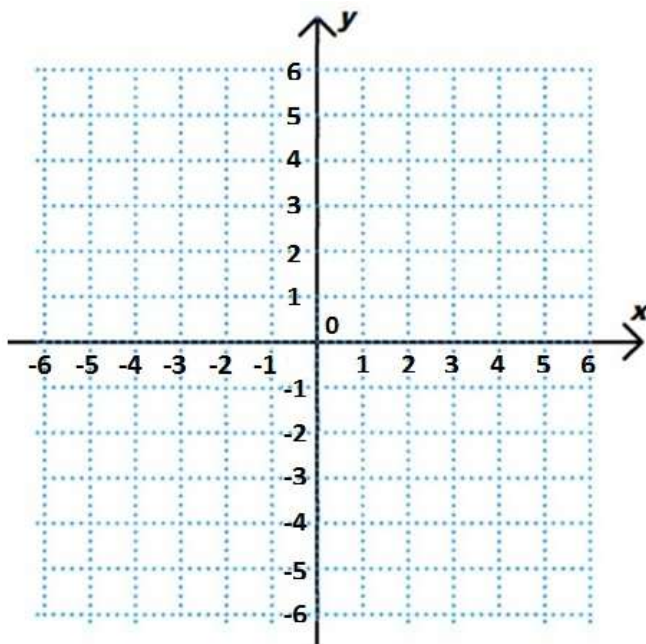
方程式 $x = -2$ ，也可以看成 $x + 0y = -2$ ，
所以也是二元一次方程式，圖形是一條直線。
只要找出兩組解，就可以畫出 $x = -2$ 的圖形。

例題二



(1) 在坐標平面上畫出方程式 $x = -2$ 的圖形。

x	-2	-2
y		



(2) 在坐標平面上畫出方程式 $2x=6$ 的圖形。

x	
y	



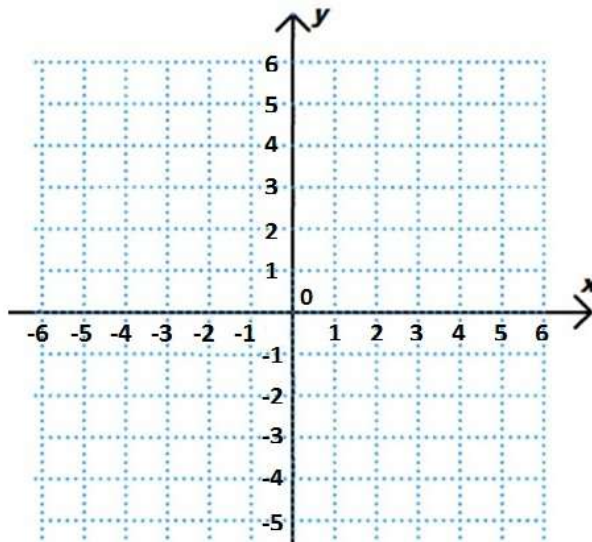
你發現了嗎？ $2x=6$

同除以 2，得到

$$x=3$$

也可以看成 $x+0y=3$ ，

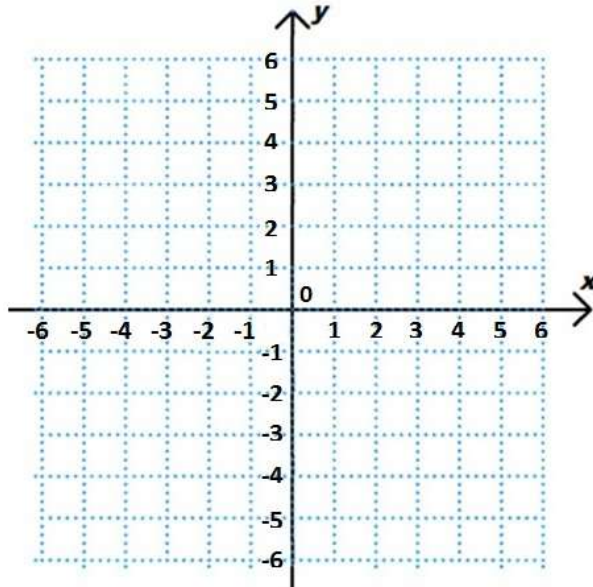
只要找出兩組解，就可以畫出 $2x=6$ 的圖形。



方程式 $x=a$ 的圖形，不僅是一條直線，而且是垂直於 x 軸的鉛直線！

(3) 在坐標平面上畫出方程式 $x=0$ 的圖形。

x	0	0	0	0	0
y					



你發現了嗎？
方程式 $x=0$ 的圖形就是__軸。

例題三

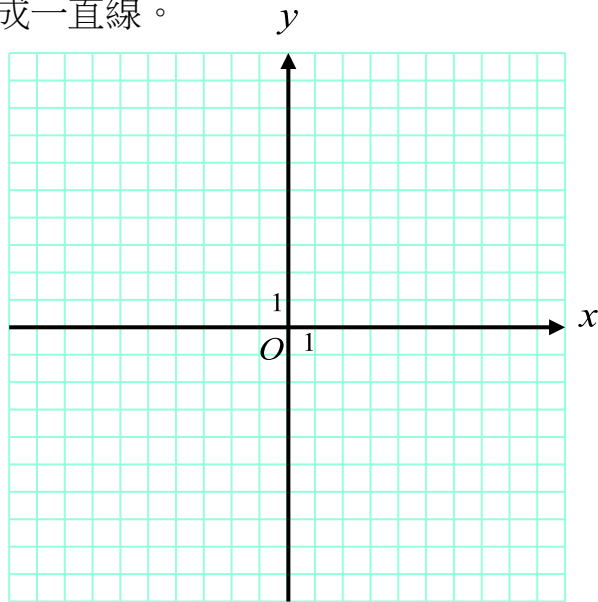


依序完成下列各題：

(1) 請在坐標平面上描出下列各點。

$(1,3)$ 、 $(2,3)$ 、 $(4,3)$ 、 $(-1,3)$ 、 $(-2,3)$ 、 $(-5,3)$ 、 $(0,3)$

並連接各點成一直線。



(2) 這些點的坐標有什麼特徵？

(3) 這些點所連成的直線方程式是_____



方程式 $y = 3$ 可以看成 $0x + y = 3$ ，
所以也是二元一次方程式，圖形是一條直線。

例題四

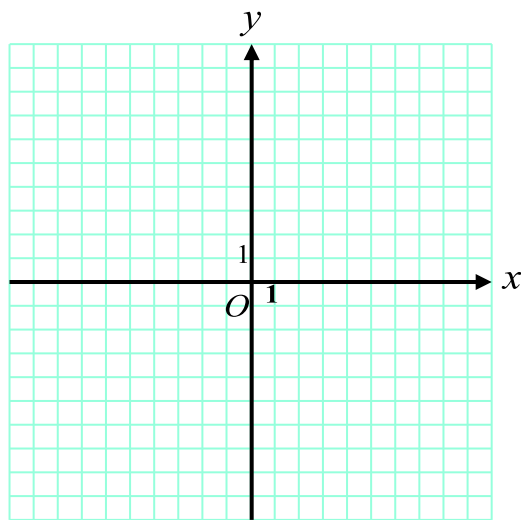


(1) 在坐標平面上畫出方程式 $y = -4$ 的圖形。

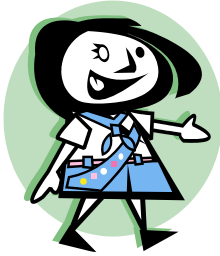
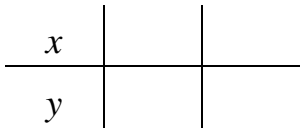
x		
y	-4	-4



方程式 $y = -4$ ，也可以看成 $0x + y = -4$ ，只要找出兩組解，就可以畫出 $y = -4$ 的圖形。



(2) 在坐標平面上畫出方程式 $2y=6$ 的圖形。



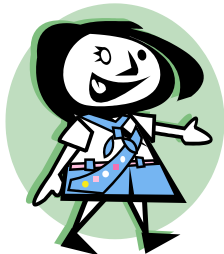
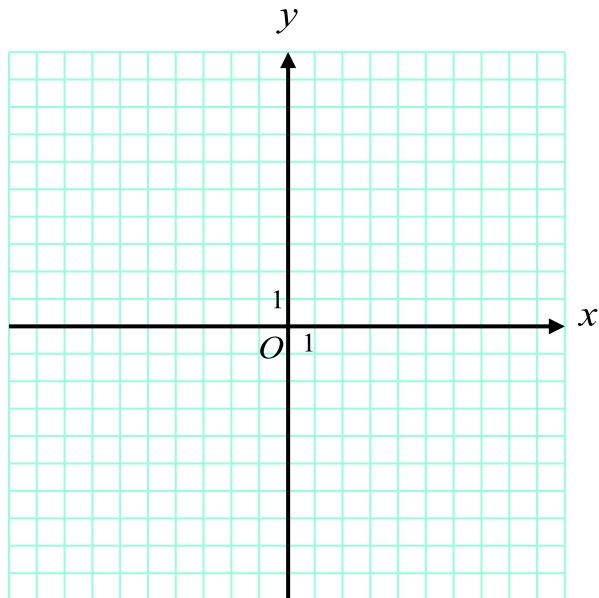
你發現了嗎？ $2y=6$

同除以 2，得到

$$y=3$$

也可以看成 $0x + y = 3$ ，

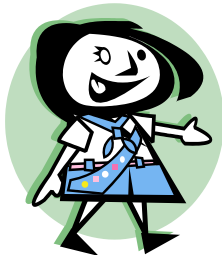
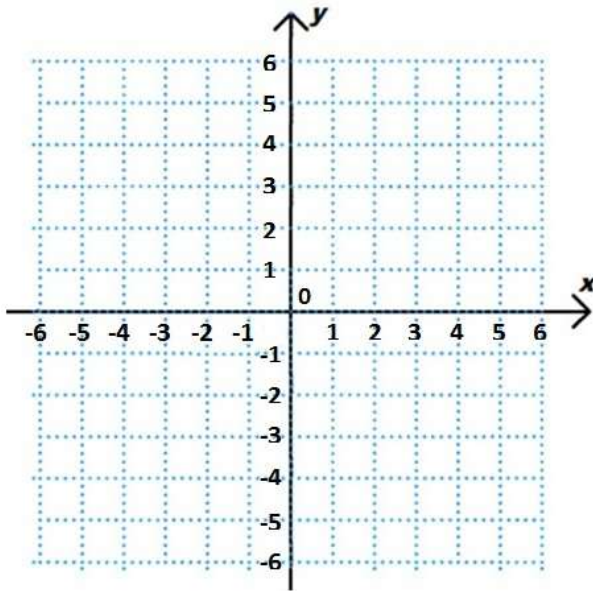
只要找出兩組解，就可以畫出 $2y=6$ 的圖形。



方程式 $y = a$ 的圖形不僅是一條直線，而且是平行於 x 軸的水平線！

(3) 在坐標平面上畫出方程式 $y=0$ 的圖形

x					
y	0	0	0	0	0



你發現了嗎？
方程式 $y=0$ 的圖形就是__軸。

在坐標平面上描繪二元一次方程式圖形的步驟：

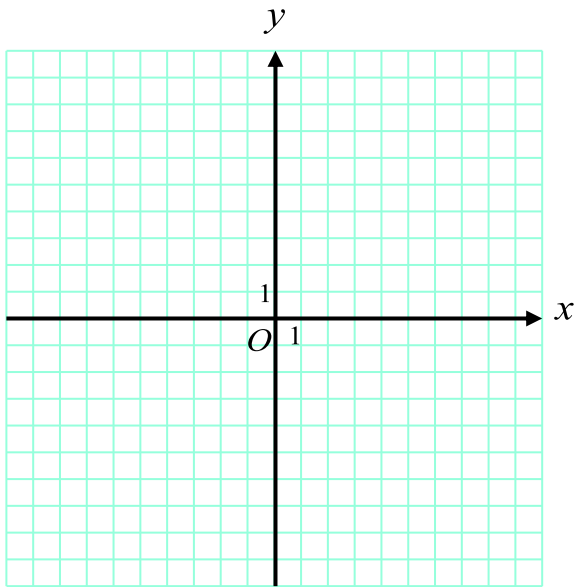
1. 找出二元一次方程式的兩組不同的解
(因為兩點連成一直線)
2. 描出兩組解在坐標平面上所對應的點
3. 兩點相連的直線就是此方程式的圖形

隨堂練習

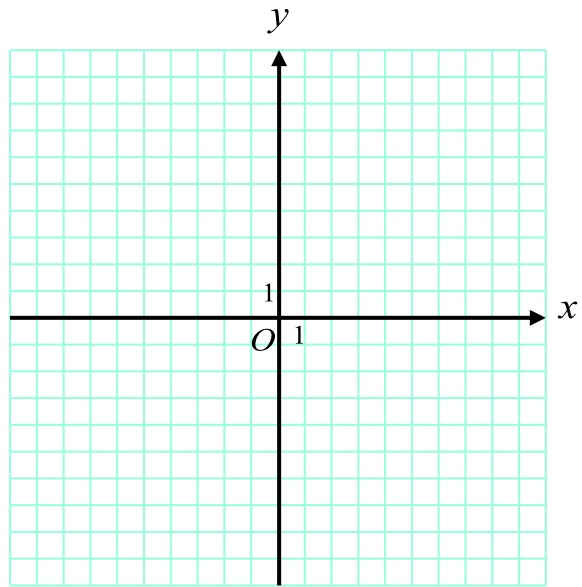


在坐標平面上畫出下列各二元一次方程式的圖形。

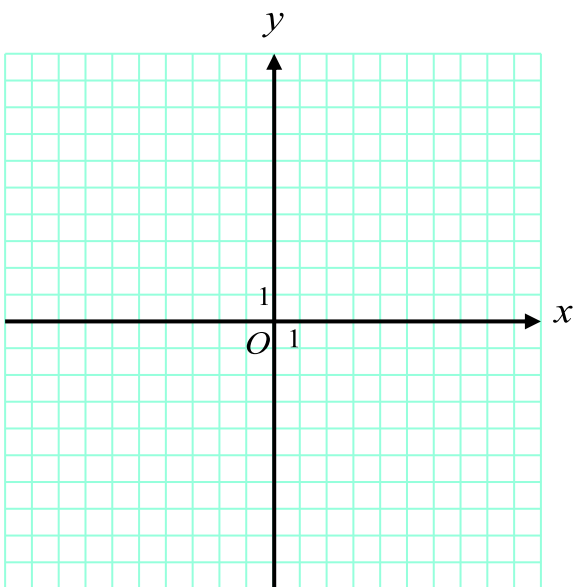
(1) $x = -1$



(2) $3y = -6$



(3) $5x - 10 = 0$



(4) $2y + 10 = 0$

