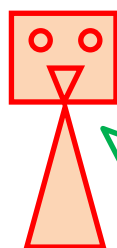


主題三 代入消去法

樂樂商店的糖果每包 x 元、可樂每瓶 y 元。小圓買了 1 包糖果與 1 瓶可樂，花費 40 元；大芳只買了 1 瓶可樂，花費 24 元。

由題意，可列出二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x + y = 40 & \dots\dots ① \\ y = 24 & \dots\dots ② \end{cases}$

如何求出這個二元一次聯立方程式的解呢？



大芳

不是已經知道 $y=24$ ，也就是 1 瓶可樂 24 元了嗎？



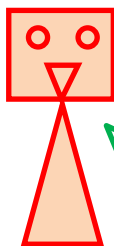
小圓

對齣，只要第①式中的 y 用 24 代入，就只剩下一個未知數，變成一元一次方程式，我就會算了！我算給你看！

解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x + y = 40 & \dots\dots ① \\ y = 24 & \dots\dots ② \end{cases}$

解： 由第②式知 $y=24$ ，
將第①式中的 y 用 24 代入，得
 $x + 24 = 40$
 $x = 16$

$x + \boxed{y} = 40$
↑
24



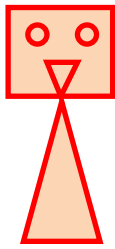
大芳

別忘了寫答哦！
 $x = 16$ 、 $y = 24$



小圓

我驗算了一下， $x = 16$ 、 $y = 24$ 代入第①式，
 $16 + 24 = 40$ ，等式成立，
 可是代入第②式，不就是 $24 = 24$ 嗎？
 代進去有點奇怪的感覺，第②式沒有 x 可以代入啊？



大芳

其實之前有學過就是把方程式 $y = 24$ 看成 $0x + y = 24$
 再將解 $x = 16$ 、 $y = 24$ 代入
 $0 \cdot 16 + 24 = 24$
 不就對了。



小圓

方程式 $y = 24$ 看成 $0x + y = 24$
 就可以想成是二元一次方程式，超合理的。

老師講解 1

解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x = -2 & \dots\dots ① \\ x + y = -3 & \dots\dots ② \end{cases}$

解： 由第①式知 $x = -2$ ，
 將第②式中的 x 用 -2 代入，得
 $-2 + y = -3$
 $y = -1$

$$\boxed{x} + y = -3$$

↑
-2

答：方程式的解為 $x = -2$ 、 $y = -1$



小圓

解題完，可以將答案 $x = -2$ 、 $y = -1$ 代入原來的
 聯立方程式驗算，看會不會對喔！
 透過檢查才會萬無一失。



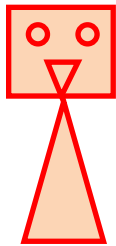
解下列各二元一次聯立方程式：

$$1. \begin{cases} x = -3 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 2x + y = 5 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

解： 由第①式知 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
將第②式中的 x 用 $\underline{\hspace{2cm}}$ 代入，得
 $2 \cdot (\quad) + y = 5$

$$2. \begin{cases} y = -2 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -x + 2y = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$



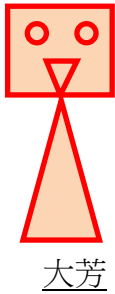
大芳

那你會不會解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2x = 4 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ？

喔喔！我想把 $2x = 4$ 代到 $x - y = 1$ 中，
但是又沒有 $2x$ 可以代入？



小圓



你看，從 $2x = 4$ ，是不是可以得到 $x = 2$ ，再代到 $x - y = 1$ 中就好啦！

將等式兩邊同除以 2

我來算算看

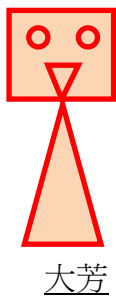


解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2x = 4 & \cdots \cdots \text{①} \\ x - y = 1 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

解： 由第①式知 $x = 2$ ，
將第②式中的 x 用 2 代入，得
 $2 - y = 1$
 $-y = -1$
 $y = 1$
因此，聯立方程式的解為 $x = 2$ 、 $y = 1$



喔！我懂為什麼這個主題叫代入消去法。
因為是想辦法在一個方程式中找適合的 x 或 y ，
代入另一個方程式。



大致上來說是這樣，但是還是有很多變化。
要好好努力練習才對，然後每次做完可將求出來的答案代入
兩個方程式**驗算**，才能保證萬無一失。

老師講解 2

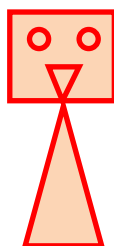
解下列各二元一次聯立方程式：

$$1. \begin{cases} y = x & \dots\dots ① \\ 2x + 3y = 10 & \dots\dots ② \end{cases}$$



小圓

喔喔！沒有 x 等於某個數或是 y 等於某個數可以代入。



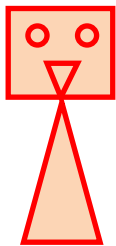
大芳

呵呵！念一次第①式啊。

y 等於 x



小圓



大芳

那就是告訴我們， y 和 x 是同一個數，只是用不同的符號表示，我們就可以把第②式中的 y 改成 x ，或是 x 改成 y 。

你算一次給我看嘛！



小圓

解： 由第①式知 $y = x$ ，
將第②式的 y 改成 x ，得到

$$2x + 3x = 10$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

由第①式 $y = x$ 知 $y = 2$

因此，聯立方程式的解為 $x = 2$ 、 $y = 2$

$$2x + 3\boxed{y} = 10$$

不要忘記將答案代回方程式驗算喔。

$$2. \begin{cases} y = -2x & \dots\dots ① \\ 3x + 2y = 7 & \dots\dots ② \end{cases}$$

解： 由第①式知 $y = -2x$ ，
將第②式的 y 改成 $-2x$ ，得到

$$3x + 2 \cdot (-2x) = 7$$

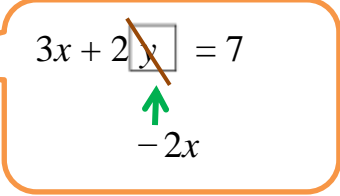
$$3x + (-4x) = 7$$

$$-x = 7$$

$$x = -7$$

再由第①式知 $y = -2 \cdot (-7) = 14$

因此，聯立方程式的解為 $x = -7$ 、 $y = 14$



$$3x + 2\boxed{y} = 7$$

↑
 $-2x$



隨堂練習

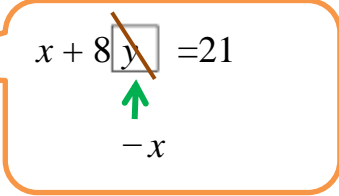
解下列各二元一次聯立方程式：

$$1. \begin{cases} y = -x & \dots\dots ① \\ x + 8y = 21 & \dots\dots ② \end{cases}$$

解： 由第①式知 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

將第②式的 y 改成 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，

得到 $x + 8 \cdot (\underline{\hspace{2cm}}) = 21$



$$x + 8\boxed{y} = 21$$

↑
 $-x$

$$2. \begin{cases} x = -3y \\ 2x + y = 10 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = -2y \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$$

老師講解 3

解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} y = x + 5 & \dots\dots ① \\ 3x - y = 1 & \dots\dots ② \end{cases}$

解：由第①式知 $y = x + 5$ ，
將第②式的 y 改成 $x + 5$ ，
得到 $3x - (x + 5) = 1$

$$\begin{aligned} 3x - \cancel{x} - 5 &= 1 \\ \quad \quad \quad \color{red}{+5} \quad \color{red}{+5} & \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

再由第①式知 $y = 3 + 5 = 8$

因此，聯立方程式的解為 $x = 3$ 、 $y = 8$

我要來用心看，哈哈 我知道了！
可以把第②式中的 y 改成 $x + 5 \dots$



小圓

$$3x - \boxed{y} = 1$$

↑
 $x+5$

$x+5$ 代入後要記得加括號

解方程式的過程中會用到去括號，
先來複習一下好了！



小圓

複習時間

將下列各式去括號：

範例	練習		
$3(x + 5)$ $= 3x + 15$	$2(x - 1)$ $=$	$4(-2x - 1)$ $=$	$7(-2y + 1)$ $=$
$-(-2y + 1)$ $= 2y - 1$	$-(3x + 5)$ $=$	$-(y - 4)$ $=$	$-(-8y - 9)$ $=$
$-5(-4y + 3)$ $= -(-20y + 15)$ $= -20y - 15$	$-2(2y - 5)$ $=$ $=$	$-6(x + 1)$ $=$ $=$	$-4(-x - 2)$ $=$ $=$



解下列各二元一次聯立方程式：

$$1. \begin{cases} x = -2y + 1 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 3x - y = -4 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

解： 由第①式知 $x = -2y + 1$ ，
將第②式的 x 改成 $-2y + 1$ ，
得到 $3 \cdot (\quad) - y = -4$

$$3 \boxed{x} - y = -4$$



$$-2y + 1$$

代入後要記得加括號

$$2. \begin{cases} y = x + 1 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = -y + 1 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -3x + y = -2 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x = 2y \\ y = 7 - 2x \end{cases}$$