單元五 分數的加減計算

主題一 複習分數的約分與擴分

一、 約分:

將一個分數的分子、分母同時除以彼此的公因數，

稱為__________，約分並不會改變該分數的__________。

觀念一點通 約分之後的分數與原分數所代表的值是相同的，只是形式上不同，這種分數我們稱為等值分數。

範例 1 \( \frac{72}{126} = \frac{A}{63} \)，利用分數的約分找出A所代表的數字。

解：

\[
\frac{72}{126} = \frac{A}{63}
\]

答： \( A = 72 \div 2 = 36 \)

126 \div 2 = 63

練習 1.1 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

\[
\frac{32}{120} = (\text{______})
\]

練習 1.2 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

\[
\frac{36}{54} = \left(\frac{\text{______}}{27}\right) = \left(\frac{\text{______}}{3}\right)
\]

二、 最簡分數：

一分數的分子與分母互質時，稱此分數為最簡分數。
觀念一點通
若兩數的最大公因數是 1，稱此二數互質，也就是說互質的兩數找不到相同的質因數。

範例 2 \( \frac{72}{126} = \frac{4}{B} \)，利用約分找出 B 所代表的數字，並檢查 \( \frac{4}{B} \) 是否為最簡分數。

解：當我們難以看出 \( 72 \div ? = 4 \) 時，可以利用 \( 72 \div 4 = 18 \)

找出 \( 72 \div 18 = 4 \)，得出 \( \frac{72}{126} = \frac{4}{7} \)

\( 72 \div 18 = 4 \)

\( \frac{72}{126} = \frac{4}{B} \)

答：\( B = 126 \div 18 = 7 \)

\( 126 \div 18 = 7 \)

\( \frac{4}{B} = \frac{4}{7} \) 且 \( (4, 7) = 1 \)，故 \( \frac{4}{B} \) 為最簡分數

練習 2.1 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內，並將此等值分數化為最簡分數。

\( \frac{66}{726} = \frac{22}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{11} \)

最簡分數為__________

本教材著作財產權為教育部國民及學前教育署所有
練習 2.2 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內，並將此等值分數化為最簡分數。

\[
\frac{40}{144} = \left( \frac{\phantom{100}}{36} \right) = \left( \frac{\phantom{5}}{\phantom{2}} \right)
\]

最簡分數為___________

範例 3 □ □老師為了獎勵表現優秀的三個小組，特別地買了一個圓形的造型蛋糕如圖，犒賞這些組員，在蛋糕的 12 點鐘、3 點鐘、6 點鐘、9 點鐘方向各有一顆草莓，且在蛋糕的 1 點鐘、2 點鐘、4 點鐘、5 點鐘、7 點鐘、8 點鐘、10 點鐘、11 點鐘方向各有一顆黑棗。這三個小組的人數分別為 3 人、4 人和 5 人，每個人要分到一樣大的蛋糕，請問□ □老師要怎麼切給 3 個人的那一組呢？切下來的這塊蛋糕佔原本蛋糕的幾分之幾？(請以最簡分數回答)

解：受獎總人數為 3 + 4 + 5 = 12 人，每人分得相同份量，故應把蛋糕平分成 12 塊，3 人組應該分到 \( \frac{3}{12} \)，\( \frac{3}{12} \) 又可以約分成 \( \frac{1}{4} \)，所以只要切出一塊 \( \frac{1}{4} \) 的蛋糕即可。
練習 3.1 承例題 3，請畫看看剩下來的蛋糕怎麼切給 4 人的那一組。
又切下來的這塊蛋糕佔原本蛋糕的幾分之幾？(請以最簡分數回答)

![蛋糕圖](image)

練習 3.2 請將下列各分數化為最簡分數的形式。

<table>
<thead>
<tr>
<th>(1)</th>
<th>(2)</th>
<th>(3)</th>
<th>(4)</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$\frac{4}{12}$</td>
<td>$\frac{27}{81}$</td>
<td>$\frac{26}{65}$</td>
<td>$\frac{32}{48}$</td>
</tr>
</tbody>
</table>

動動腦 若 $\frac{A}{12}$ 是一個最簡分數，$A$ 是小於 12 的正整數，請問 $A$ 可以是哪些數？
三、 擴分：

將一個分數的分子、分母同時乘以不為 0 的整數，稱為 ________________，而擴分也不會改變該分數的 ________________。

觀念一點通 我們可以藉由分數的約分或擴分得到等值分數。

範例 4 \[ \frac{3}{4} = \frac{A}{24} = \frac{105}{B} \]
且 \[ 5 = \frac{C}{4} = \frac{105}{D} \]
利用分數的擴分找出 A, B, C, D 所代表的數字。

解：

1. 105 ÷ 3 = 35 \(\Rightarrow\) 3 × 35 = 105

\[ \frac{3}{4} = \frac{A}{24} = \frac{105}{B} \]

4 × 6 = 24

答：\( A = 3 \times 6 = 18 \); \( B = 4 \times 35 = 140 \)

5 × 21 = 105

\[ \frac{5}{1} = \frac{C}{4} = \frac{105}{D} \]

1 × 4 = 4

答：\( C = 5 \times 4 = 20 \); \( D = 1 \times 21 = 21 \)
練習 4.1 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

\[
\frac{3}{13} = \left( \frac{\_\_\_\_}{91} \right) = \left( \frac{24}{\_\_\_\_} \right)
\]

練習 4.2 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

\[
3 = \left( \frac{\_\_\_\_}{9} \right) = \left( \frac{24}{\_\_\_\_} \right)
\]

範例 5 \[
\frac{20}{36} = \frac{A}{27} = \frac{105}{B}
\]

請找出 A，B 所代表的數字。

解：27 不是 36 的倍數，105 亦不是 20 的倍數，先將分子分母同除以 4 進行約分，得到最簡分數 \[
\frac{5}{9}
\]

\[
\frac{20}{36} = \frac{5}{9} = \frac{A}{27} = \frac{105}{B}
\]

\[
9 \times 3 = 27
\]

答：\[A = 5 \times 3 = 15; B = 9 \times 21 = 189\]

練習 5 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

\[
\frac{16}{52} = \left( \frac{\_\_\_\_}{39} \right) = \left( \frac{52}{\_\_\_\_} \right)
\]

重點提示
將分數約分為最簡分數再擴分。
動動腦 因為 (30, 138) = 6，所以 $\frac{30}{138}$ 的分子、分母同除以 6，所得的分數就是最簡分數，這個敘述是否正確？為什麼？

牛刀小試
1. 請判斷下列各分數是否為最簡分數，如果不是請化為最簡分數。
   (1) $\frac{21}{32}$  (2) $\frac{4}{17}$  (3) $\frac{16}{20}$  (4) $\frac{35}{91}$

2. 請在下列空格內填入適當的數字。

$$
\frac{15}{35} = \frac{45}{()} = (\quad) = \frac{3}{28} = (\quad)
$$
數學溝通橋

1. 我的計算能力屬於 ____________
   (A) 又快又準    (B) 雖然速度慢但不易算錯    (C) 速度快但容易算錯
   (D) 總是算不完沒時間檢查    (E) 每次都以為算對卻常常與答案不同
   (F) 其他__________________

2. 我的約分和擴分常常是__________
   (A) 一口氣約完    (B) 用小的數字慢慢做    (C) 其他__________

3. 我選擇第 2 題中的方式是因為__________
   (A) 比較快速方便    (B) 比較有時間檢查    (C) 答對率比較高
   (D) 怕算錯    (E) 就是一種習慣    (F) 其他__________

4. 我覺得__________
   (A) 我的約分和擴分偶爾還是會錯，多做練習就會改進。
   (B) 題型是學過的，我就不會約錯。
   (C) 這些對我而言是小事一件，根本就不需要練習。
   (D) 其他__________________