

## 單元五 分數的加減計算

### 主題一 複習分數的約分與擴分

#### 一、約分：

將一個分數的分子、分母同時除以彼此的公因數，

稱為\_\_\_\_\_，約分並不會改變該分數的\_\_\_\_\_。

**觀念一點通** 約分之後的分數與原分數所代表的值是相同的，只是形式上不同，這種分數我們稱為等值分數。

**範例 1**  $\frac{72}{126} = \frac{A}{63}$ ，利用分數的約分找出  $A$  所代表的數字。

解：

$$72 \div 2 = 36$$



$$\frac{72}{126} = \frac{A}{63}$$



$$126 \div 2 = 63$$

答：  $A = 72 \div 2 = 36$

**練習 1.1** 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

$$\frac{32}{120} = \frac{16}{( \quad )} = \frac{4}{( \quad )}$$

**練習 1.2** 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

$$\frac{36}{54} = \frac{( \quad )}{27} = \frac{( \quad )}{3}$$

#### 二、最簡分數：

一分數的分子與分母互質時，稱此分數為最簡分數。

**觀念一點通**

若兩數的最大公因數是 1，稱此二數互質，也就是說互質的兩數

找不到相同的質因數。

**範例 2**  $\frac{72}{126} = \frac{4}{B}$ ，利用約分找出  $B$  所代表的數字，並檢查  $\frac{4}{B}$  是否為最簡分數。

解：當我們難以看出  $72 \div ? = 4$  時，可以利用  $72 \div 4 = 18$

找出  $72 \div 18 = 4$ ，得出  $\frac{72}{126} = \frac{4}{7}$

$$72 \div 18 = 4$$



$$\frac{72}{126} = \frac{4}{B}$$



$$126 \div 18 = 7$$

答：  $B = 126 \div 18 = 7$

$\frac{4}{B} = \frac{4}{7}$  且  $(4, 7) = 1$ ，故  $\frac{4}{B}$  為最簡分數

**練習 2.1** 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內，並將此等值分數化為最簡分數。

$$\frac{66}{726} = \frac{(\quad)}{22} = \frac{(\quad)}{11}$$

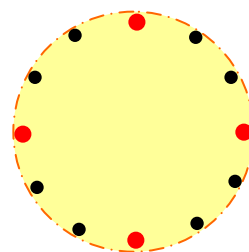
最簡分數為\_\_\_\_\_

**練習 2.2** 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內，並將此等值分數化為最簡分數。

$$\frac{40}{144} = \frac{(\quad)}{36} = \frac{5}{(\quad)}$$

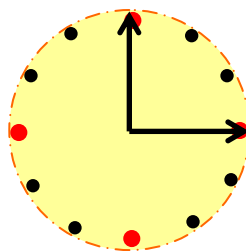
最簡分數為\_\_\_\_\_

**範例 3** □ □老師為了獎勵表現優秀的三個小組，特地買了一個圓形的造型蛋糕如圖，犒賞這些組員，在蛋糕的 12 點鐘、3 點鐘、6 點鐘、9 點鐘方向各有一顆草莓，且在蛋糕的 1 點鐘、2 點鐘、4 點鐘、5 點鐘、7 點鐘、8 點鐘、10 點鐘、11 點鐘方向各有一顆黑棗。這三個小組的人數分別為 3 人、4 人和 5 人，每個人要分到一樣大的蛋糕，請問□ □老師要怎麼切給 3 個人的那一組呢？切下來的這塊蛋糕佔原本蛋糕的幾分之幾？(請以最簡分數回答)

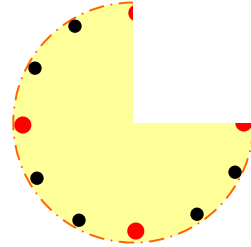


解：受獎總人數為  $3+4+5=12$  人，每人分得相同份量，故應

把蛋糕平分成 12 塊，3 人組應該分到  $\frac{3}{12}$ ， $\frac{3}{12}$  又可以約分成  $\frac{1}{4}$ ，所以只要切出一塊  $\frac{1}{4}$  的蛋糕即可。



**練習 3.1** 承例題 3，請畫看看剩下來的蛋糕怎麼切給 4 人的那一組。  
又切下來的這塊蛋糕佔原本蛋糕的幾分之幾？(請以最簡分數回答)



**練習 3.2** 請將下列各分數化為最簡分數的形式。

(1)

$$\frac{4}{12}$$

(2)

$$\frac{27}{81}$$

(3)

$$\frac{26}{65}$$

(4)

$$\frac{32}{48}$$

**動動腦** 若  $\frac{A}{12}$  是一個最簡分數， $A$  是小於 12 的正整數，請問  $A$  可以是  
哪些數？

### 三、擴分：

將一個分數的分子、分母同時乘以不為 0 的整數，稱為\_\_\_\_\_，而擴分也不會改變該分數的\_\_\_\_\_。

**觀念一點通** 我們可以藉由分數的約分或擴分得到等值分數。

**範例 4**  $\frac{3}{4} = \frac{A}{24} = \frac{105}{B}$ ，且  $5 = \frac{C}{4} = \frac{105}{D}$ ，利用分數的擴分找出  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  所代表的數字。

解：  $105 \div 3 = 35 \Rightarrow 3 \times 35 = 105$

$$\frac{3}{4} = \frac{A}{24} = \frac{105}{B}$$

$$4 \times 6 = 24$$

答：  $A = 3 \times 6 = 18$ ；  $B = 4 \times 35 = 140$

$$5 \times 21 = 105$$

$$5 = \frac{5}{1} = \frac{C}{4} = \frac{105}{D}$$

$$1 \times 4 = 4$$

答：  $C = 5 \times 4 = 20$ ；  $D = 1 \times 21 = 21$

練習 4.1 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

$$\frac{3}{13} = \frac{(\quad)}{91} = \frac{24}{(\quad)}$$

練習 4.2 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內。

$$3 = \frac{(\quad)}{9} = \frac{24}{(\quad)}$$

重點提示

整數  $n$  可化為  $\frac{n}{1}$

範例 5  $\frac{20}{36} = \frac{A}{27} = \frac{105}{B}$ ，請找出  $A$ 、 $B$  所代表的數字。

解：27 不是 36 的倍數，105 亦不是 20 的倍數，先將分子分母同除以 4 進行約分，得到最簡分數  $\frac{5}{9}$

$$\begin{array}{c}
 5 \times 21 = 105 \\
 \frac{20}{36} = \frac{5}{9} = \frac{A}{27} = \frac{105}{B} \\
 9 \times 3 = 27
 \end{array}$$

答：  $A = 5 \times 3 = 15$ ；  $B = 9 \times 21 = 189$

練習 5 試利用上述的方式，將適當的數字填入括號內，。

$$\frac{16}{52} = \frac{(\quad)}{39} = \frac{52}{(\quad)}$$

重點提示

將分數約分為最簡分數再擴分。

**動動腦** 因為  $(30, 138) = 6$ ，所以  $\frac{30}{138}$  的分子、分母同除以 6，所

得的分數就是最簡分數，這個敘述是否正確？為什麼？

### 牛刀小試

1. 請判斷下列各分數是否為最簡分數，如果不是請化為最簡分數。

(1)  $\frac{21}{32}$       (2)  $\frac{4}{17}$       (3)  $\frac{16}{20}$       (4)  $\frac{35}{91}$

2. 請在下列空格內填入適當的數字。

$$\frac{15}{35} = \frac{45}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{28} = \frac{3}{(\quad)}$$

## 數學溝通橋

1. 我的計算能力屬於 \_\_\_\_\_  
(A)又快又準 (B)雖然速度慢但不易算錯 (C)速度快但容易算錯  
(D)總是算不完沒時間檢查 (E)每次都以為算對卻常常與答案不同  
(F)其他\_\_\_\_\_
2. 我的約分和擴分常常是\_\_\_\_\_  
(A)一口氣約完 (B)用小的數字慢慢做 (C) 其他\_\_\_\_\_
3. 我選擇第 2 題中的方式是因為\_\_\_\_\_  
(A)比較快速方便 (B)比較有時間檢查 (C)答對率比較高  
(D)怕算錯 (E)就是一種習慣 (F) 其他\_\_\_\_\_
4. 我覺得\_\_\_\_\_  
(A)我的約分和擴分偶爾還是會錯，多做練習就會改進。  
(B)題型是學過的，我就不會約錯。  
(C)這些對我而言是小事一件，根本不需要練習。  
(D) 其他\_\_\_\_\_