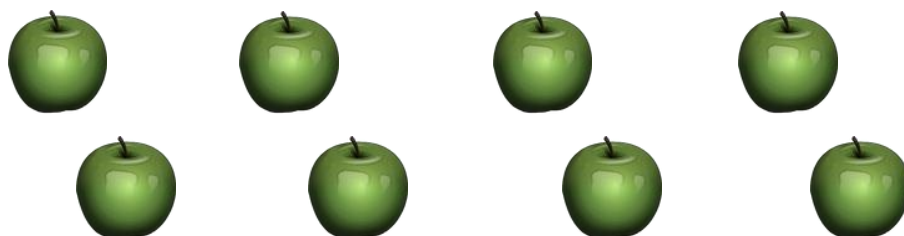


單元四 因數、倍數與質數

主題一 因數與倍數

一、因數與倍數

水果行裡共有 8 顆蘋果，老闆想要將 2 顆蘋果分裝成一袋，



若將兩顆蘋果裝為一袋，並圈起來，請問 8 顆蘋果共可分成幾袋？

其實，我們可以由以上的問題得到右邊的整除式： $8 \div 2 = 4 \dots 0$

此時，因為 2 能整除 8，所以我們便說 2 是 8 的因數，而 8 是 2 的倍數。

練習 1:

請同學試著找找看，除了 2 之外，8 是否有其他的因數？（即是否有其他整數能整除 8）

觀念一點通：因數與倍數

若整數 A 可以被整數 B 整除，則稱 B 是 A 的因數，A 是 B 的倍數，

即若 A, B, C 皆為整數，且 $A \div B = C \cdots 0$ ，則稱 B 是 A 的因數，A 是 B 的倍數。

※重點提示：負數也是屬於整數喔！所以因數、倍數也有可能是負數

。

如： $8 \div (-2) = -4 \cdots 0$ ，所以 -2 是 8 的因數，8 也是 -2 的倍數

$(-6) \div 3 = -2 \cdots 0$ ，所以 3 是 -6 的因數，-6 也是 3 的倍數

但因為我們目前設定的學習範圍主要是正整數，所以同學只要先專注於因數、倍數是正整數的情形即可。

範例 1

#	整除式	解釋	#的因數
1	$1 \div 1 = 1 \cdots 0$	1 可被 1 整除	1
2	$2 \div 1 = 2 \cdots 0$ $2 \div 2 = 1 \cdots 0$	2 可被 1, 2 整除	1, 2

#	整除式	解釋	#的因數
3	$3 \div 1 = 3 \cdots 0$ $3 \div 3 = 1 \cdots 0$	3 可被 1, 3 整除	1, 3
4	$4 \div 1 = 4 \cdots 0$ $4 \div 2 = 2 \cdots 0$ $4 \div 4 = 1 \cdots 0$	4 可被 1, 2, 4 整除	1, 2, 4
5	$5 \div 1 = 5 \cdots 0$ $5 \div 5 = 1 \cdots 0$	5 可被 1, 5 整除	1, 5
6	$6 \div 1 = 6 \cdots 0$ $6 \div 2 = 3 \cdots 0$ $6 \div 3 = 2 \cdots 0$ $6 \div 6 = 1 \cdots 0$	6 可被 1, 2, 3, 6 整除	1, 2, 3, 6
7	$7 \div 1 = 7 \cdots 0$ $7 \div 7 = 1 \cdots 0$	7 可被 1, 7 整除	1, 7

#	整除式	解釋	#的因數
8	$8 \div 1 = 8 \cdots 0$ $8 \div 2 = 4 \cdots 0$ $8 \div 4 = 2 \cdots 0$ $8 \div 8 = 1 \cdots 0$	8 可被 1, 2, 4, 8 整除	1, 2, 4, 8
9	$9 \div 1 = 9 \cdots 0$ $9 \div 3 = 3 \cdots 0$ $9 \div 9 = 1 \cdots 0$	9 可被 1, 3, 9 整除	1, 3, 9
10	$10 \div 1 = 10 \cdots 0$ $10 \div 2 = 5 \cdots 0$ $10 \div 5 = 2 \cdots 0$ $10 \div 10 = 1 \cdots 0$	10 可被 1, 2, 5, 10 整除	1, 2, 5, 10

練習 2

() 1. 以下何者不是 100 的因數？

- (A)1 (B)5 (C)15 (D)25 (E)100

() 2.以下何者不是 49 的倍數？

- (A)49(B)98 (C)490 (D)499 (E)539

3.鎮上正舉辦著盛大的嘉年華會，已知遊行隊伍中的一個長方形隊伍是 5 列 12 行,也就是說這個長方形隊伍的人數共有 $5 \times 12 = 60$ 人，以下是關於這個長方形隊伍的敘述,請在正確敘述打 ○，錯的打 x。

() (1) 15 人是這個隊伍人數的因數。

() (2)60 人同時是這個隊伍人數的因數及倍數。

() (3)若這個方陣以 25 人一排變換隊形，則新的隊形也是一個長方形。

() (4)承原題目，若整個遊行活動共有 4 個長方形隊伍，則總人數為 100 人的倍數。

4. 是非題（正確敘述請打○；錯誤敘述請打 x，如果是錯誤敘述，請在後方寫上理由或舉出反例）

() (1) 1 是所有整數的因數，所有整數也是 1 的倍數。理由：

() (2)任何正整數都同時是自己因數與倍數。理由：

() (3)任何整數的倍數都比自己大。理由：_____

() (4)任何正整數的倍數都比因數多。理由：_____

二、因數判別法

在我們了解因數的定義之後，其實，我們可以利用一些技巧很快的知道，某整數的因數有哪些，這種技巧便稱為因數判別法，接下來，我們就來學習如何判斷 2, 3, 5, 11 是否為某整數的因數。

(一) 因數 2 的判別法

目的	判別 2 是否為某數的因數（即某數是否為 2 的倍數）
方法	若某整數的個位數字為偶數(0, 2, 4, 6, 8)，則 2 為此整數的因數
例子	1. 377：個位數字 7 不是偶數，所以 2 不是 377 的因數 2. 208：個位數字 8 是偶數，所以 2 是 208 的因數

練習 3

()1. 請用因數判別法，找出下列哪些選項中的數含有因數 2：

(A) 52(B)78(C)2024(D)1333

()2. 請用因數判別法，找出下列哪些選項中的數含有因數 2：

(A) $4 + 4 + 5$

(B) $4 \times 4 \times 5$

(C) 2×201211

(D) $17 + 13$

(二) 因數 3 的判別法

目的	判別 3 是否為某數的因數（即某數是否為 3 的倍數）
方法	若某整數的各個數字和為 3 的倍數，則 3 為此整數的因數，而此整數為 3 的倍數
例子	<p>1. 123：各個數字和為：$1 + 2 + 3 = 6$，因為 6 是 3 的倍數，所以 3 是 123 的因數</p> <p>2. 407：各個數字和為：$4 + 0 + 7 = 11$，因為 11 不是 3 的倍數，所以 3 不是 407 的因數</p>

練習 4

() 1. 請用因數判別法，找出下列哪些選項中的數含有因數 3：

(A) 870(B)12345(C)4321(D)111111

() 2. 請用因數判別法，找出下列哪些選項中的數含有因數 3：

(A) $11 + 37$

(B) $46 + 432$

(C) $112200 + 33$

(D) 5×101010

(三) 因數 5 的判別法

目的	判別 5 是否為某數的因數（即某數是否為 5 的倍數）
方法	若某整數的個位數字是 0 或 5,則 5 為此整數的因數, 而此整數為 5 的倍數
例子	1. 105 : 個位數字是 5, 所以 5 是 105 的因數 2. 208 : 個位數字 8 不是 0 或 5 , 所以 5 不是 208 的因數

練習 5

- () 1. 請用因數判別法, 找出下列哪些選項中的數含有因數 5 :
- (A) $10330 + 5$ (B) $101 + 1000$
- (C) 7 乘五次 (D) 5 乘七次

(四) 因數 11 的判別法

目的	判別 11 是否為某數的因數（即某數是否為 11 的倍數）
方法	若將某整數的「奇位數字和」與「偶位數字和」，兩數中的大數減掉小數所得到的差為 11 的倍數，則 11 為此整數的因數
例子	<p>1. 55：奇位數字和：5，偶位數字和：5；</p> <p>因為 $5 - 5 = 0$ 是 11 的倍數，所以 11 是 55 的因數</p> <p>2. 2012：奇位數字和：$2 + 0 = 2$，偶位數字和：$1 + 2 = 3$；</p> <p>因為 $3 - 2 = 1$ 不是 11 的倍數，所以 11 不是 2012 的因數</p>

練習 6

() 1. 請用因數判別法，找出下列哪些選項中的數含有因數

11:

- (A) 121×232 (B) 222(C) 2222(D) 314126