

單元一 數線與整數的加減運算

主題一 正數、負數的意義

一、正數和負數：

※尋找寶藏



小明無意間得到了一張藏寶圖，圖上的黑點代表小明現在站的地方，每個腳印都代表 1 步。

若要在藏寶圖上尋找寶藏，我們發現：小明要向 (東或西) 走 ___ 步能拿到開啟寶箱的鑰匙；而小明要回到原來的位置需要向 (東或西) 走 ___ 步；回到原來的位置後，必須要向 (東或西) 走 ___ 步才會找到藏寶箱。

動動腦 看看這張藏寶圖，仔細想想，向東走和向西走是相反的敘述。向東走了 1 步之後，要再回到原來的位置，就必須要再向西走 1 步，和之前向東走的那 1 步抵銷。

觀念一點通

為了讓數字呈現像這種”向東走”和”向西走”的相反關係，我們就給數字一個**性質符號**，把向東走用性質符號”+” (正號)來表示，代表它為**正數**，向西走用性質符號”-” (負號)來表示，代表它為**負數**。

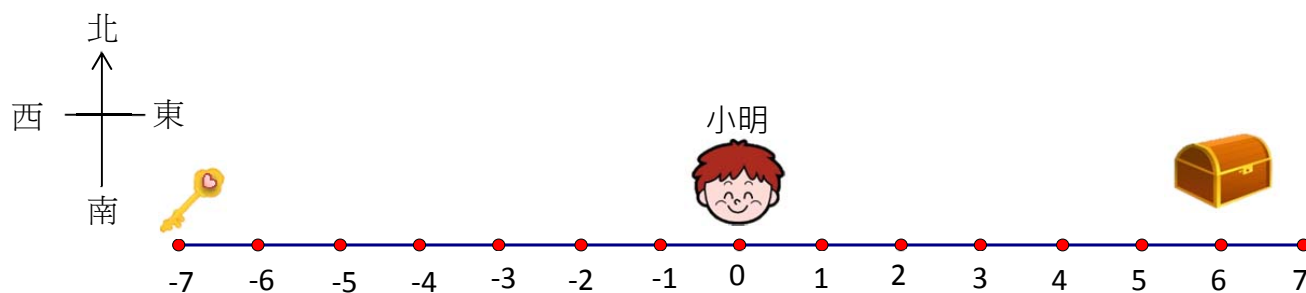
在藏寶圖中，向東走 5 步，我們用+5(讀作正 5)來表示；向西走 7 步，我們用-7(負讀作 7)來表示。同樣的，在我們的生活中也會遇到很多性質相對或相反的數，例如：右邊和左邊是相對的，所以如果向右走了 60 公尺，我們記做+60，那麼，向左走了 45 公尺，我們就可以記為_____。

練習 1：

(1)賺錢跟賠錢是相反的，如果賺了 5 萬元，記做+5，那麼，當我們賠了 8 萬元，我們就用表示。

(2)如果去銀行存 1000 元用+1000 表示，則從銀行領 500 元用表示。

(3)南方和北方是相對的，小明家在學校南方 650 公尺記為-650，則小花家在學校北方 1200 公尺記為。



於是，我們看一次藏寶圖。我們讓小明站的地方叫做 **0**，也就是原點，向東走了 6 步，也就是 **+6**，又向西走了 7 步，也就是 **-7**，它們分別在 0 的兩邊。

比零大的數稱為正數，比零小的數稱為負數。比 0 大 4 的數是 **+4**，比 0 小 2 的數是 **-2**；同樣的，比 0 大 $\frac{4}{7}$ 的數是 **$+\frac{4}{7}$** ，比 0 小 $\frac{8}{9}$ 的數是 **$-\frac{8}{9}$** ；比 0 大 6.2 的數是 **+6.2**，比 0 小 3.14 的數是 **-3.14**。

重點提示

0 沒有性質符號，所以它既不是正數也不是負數。

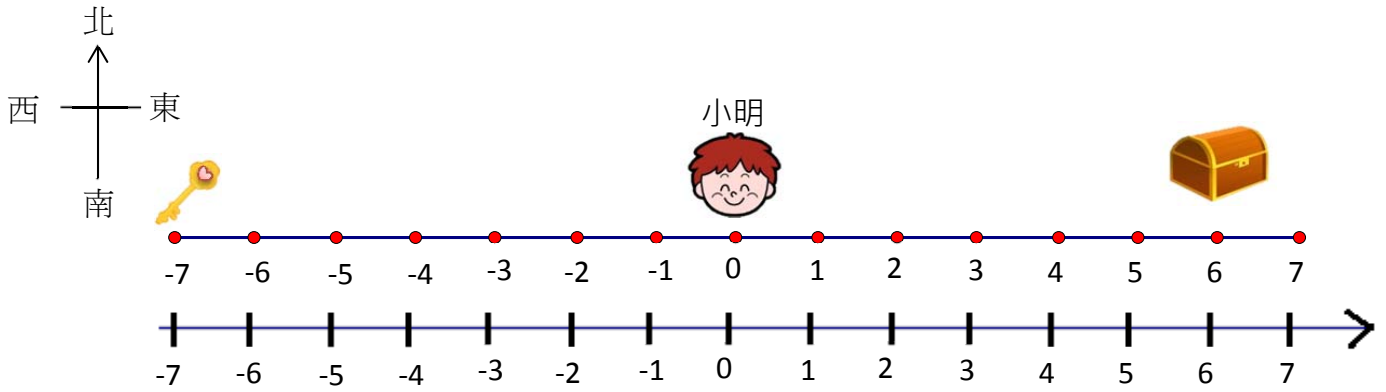
練習 2：

1. 下列各數，哪些是正數？哪些是負數？他們的性質符號是什麼？

-9560、+68、0、 $-(\frac{45}{7})$ 、 $+(\frac{6}{71})$ 、+0.95

主題二 數線

一、數線



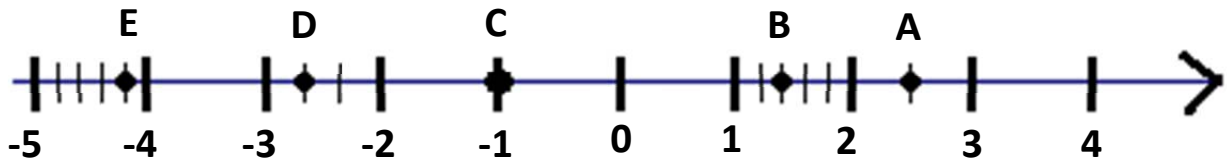
我們把藏寶圖簡化成一條線，標上 0、1、2、3、4、5、6、-1、-2、-3、-4、-5、-6、-7：我們發現，每一格都代表一個單位長，向右為正，向左為負，並且由左往右數字會越來越大，於是我們在數線的右端放上一個向右的箭頭來表示數字是越往右越大。

觀念一點通

在數線上，0 的位置稱為原點，以英文字母 O 表示。

若一個數是正數，則它標記在數線上原點的右邊；若一個數是負數，則它標記在數線上原點的左邊。

這種有原點、方向、單位長的線就是我們說的**數線**。



由上面這個數線我們可以知道，A 點在原點右方，且距離原點 2.5 個單位長，則 A 所對應的數為 2.5，以 **A(2.5)** 表示；C 點在原點左方，且距離原點 1 個單位長，則 c 所對應的數為 -1，以 **C(-1)** 表示。

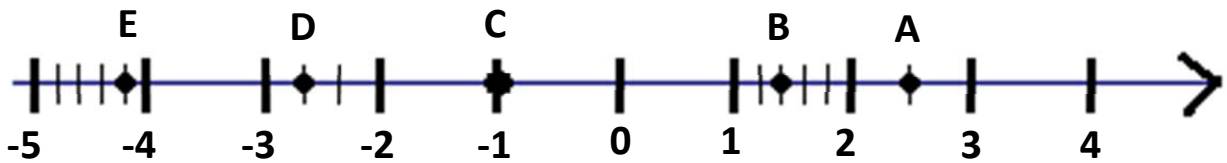
觀念一點通

在數線原點右方的點之坐標為正數，在數線原點左方的點之坐標為負數。

練習 1：

在數線上畫出表示 -1、4、-6、9 的點。

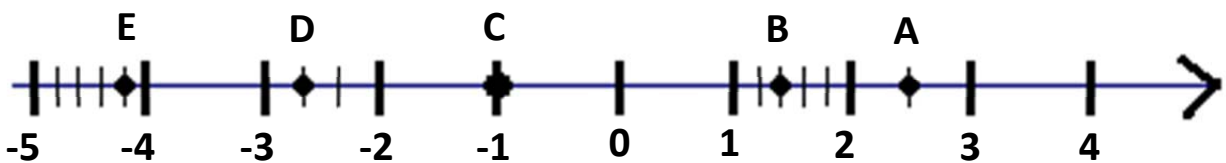
二、數的大小



觀念一點通

A 點坐標為 2.5，C 點坐標為 -1，我們知道 2.5 大於 -1，這個關係可以用“ $2.5 > (-1)$ ”來表示，“ $>$ ”就是“大於”的符號；反之，我們知道 -1 小於 2.5，這個關係可以用“ $(-1) < 2.5$ ”來表示，“ $<$ ”就是“小於”的符號。

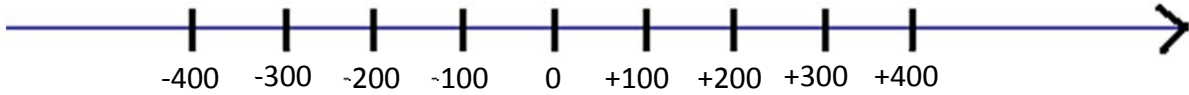
想想看 如下圖，A、B、C、D、E 各為數線上的五個點，請問他們各表示什麼數？並比較這五個數的大小關係。



概念一點通

由上題我們可以知道，在數線上，越左邊的數越小，越右邊的數越大。

主題三 相反數的意義



我們知道，向東走 200 公尺和向西走 200 公尺是相反的，我們又
能把向東走 200 公尺稱為+200，向西走 200 公尺稱為-200。

+200 和-200 分別在原點 0 的右邊和左邊，並且它們和原點的距
離一樣，我們就說它們互為**相反數**。

觀念一點通

也就是說，一個數字，如果它的性質符號是+，只要把
性質符號改成-，就變成它的相反數，一個數字，如果
它的性質符號是-，只要把性質符號改成+，就變成它的
相反數。

練習 1：

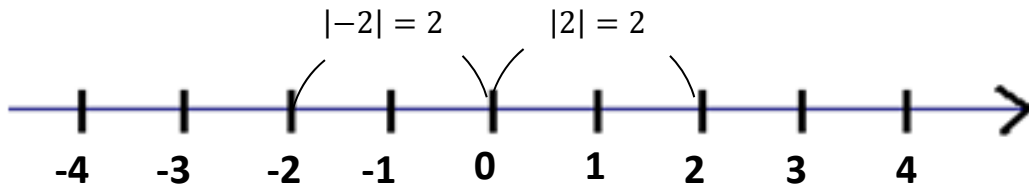
- (1) 6 的相反數為_____。
- (2) -10 的相反數為_____。
- (3) $-9/13$ 的相反數為_____。
- (4) $-71/5$ 的相反數為_____。
- (5) 23 的相反數為_____。
- (6) $-(-39)$ 的相反數為_____。
- (7) $-(+65)$ 的相反數為_____。
- (8) $-(13/6)$ 的相反數為_____。

觀念一點通

我們可以知道，正數的相反數為負數，負數的相反數為正數。

想想看：若 a 代表一個數，則 $-a$ 一定是負數嗎？

主題四 絕對值



觀念一點通

數線上一點到原點的距離，叫做這個數的絕對值。

我們會用 $| |$ 來表示絕對值。如：2 到原點的距離為 2，它的絕對值就是 2，我們用 $|2|=2$ 來表示，讀作 2 的絕對值等於 2；-2 到原點的距離是 2，也就是說它的絕對值是 2，我們用 $|-2|=2$ 來表示，讀作 -2 的絕對值等於 2。

所以，當一個數是正數，它的絕對值就是自己，當一個數是負數，把負號拿掉就會是它的絕對值。0 到原點的距離為 0，所以 0 的絕對值是 0，記作 $|0|=0$ 。

練習 1：

1.分別寫出 6.3、-84、-0.126、-9/8 的絕對值。

2.求出下列各數的值

(1) $|7| =$

(2) $|-33| =$

(3) $|-12| =$

(4) $|32/51| =$

(5) $|-0.852| =$

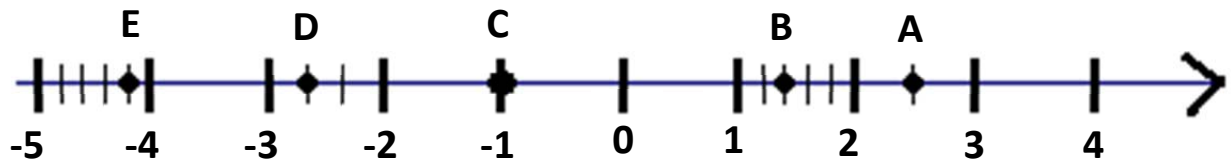
(6) $|-2/11| =$

(7) $|0| =$

我們可以知道，正數的絕對值為____(正或負)數，負數的絕對值為____(正或負)數，0 的絕對值為 0。所以一個數的絕對值一定大於或等於 0。

練習 2：

如下圖， A 、 B 、 C 、 D 、 E 各為數線上的五個點，請問他們的值各為多少？排出他們值的大小關係。絕對值又各為多少？排出他們絕對值的大小關係。

**觀念一點通**

從練習 2 的 C 點、 D 點與 E 點中我們可以發現，兩負數中，絕對值越大的負數其值就越小；反之，絕對值越小的負數其值就越大。

重點提示

計算含有絕對值的式子的訣竅：分別把絕對值寫出來再做運算。

練習 3：

求下列各式的值：

(1) $|7|+|-15|$ =

(2) $|-21|+|16|$ =

(3) $|45|+|-23|$ =

(4) $|16|-|-5|$ =

(5) $|-7|-|3|$ =

(6) $|-5|-|-2|$ =

主題五 整數的加減

一、整數的加法：

現在先來介紹一種方法， \oplus \ominus 棋子法，它可以幫助我們計算整數的加法喔，一起來看看吧！

例如：

+5 表示正的有五個 $\rightarrow \oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$

-4 表示負的有四個 $\rightarrow \ominus \ominus \ominus \ominus$

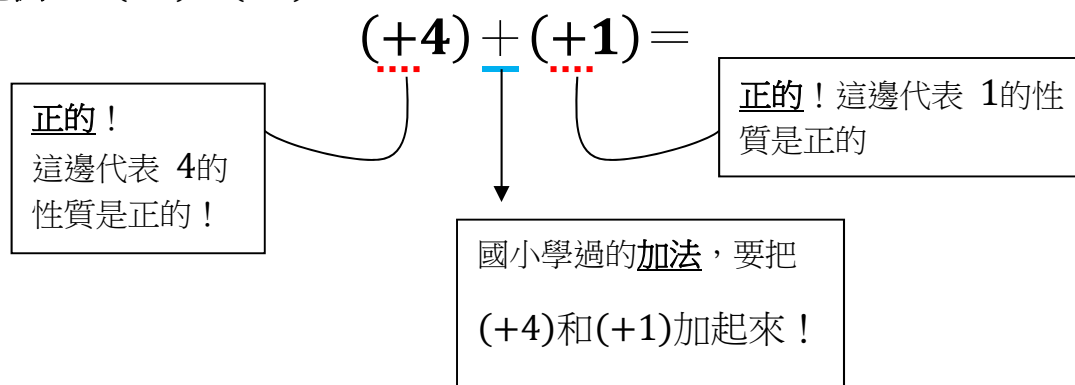
練習 0 利用 \oplus \ominus 來表示下列各題

(1) +3 該如何表示？

(2) -1 該如何表示？

那我們用這種方法來算下面幾題吧！

範例 1 $(+4) + (+1) = ?$



利用上面的方法，"+ 4"表示正的有四個，"+ 1"表示正的有一個，

所以 $(+4) + (+1)$ 可表示為

$\oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$

也就是要把 $\oplus \oplus \oplus \oplus$ 和 \oplus 加起來！很明顯的，他們加起來變成 $\oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$ ，總共有五個正的，最後我們再把答案還原回去，就是

$$(+4) + (+1) = +5$$

故

$$(+4) + (+1) = +5$$

$\oplus \oplus \oplus \oplus \oplus \Rightarrow \oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$

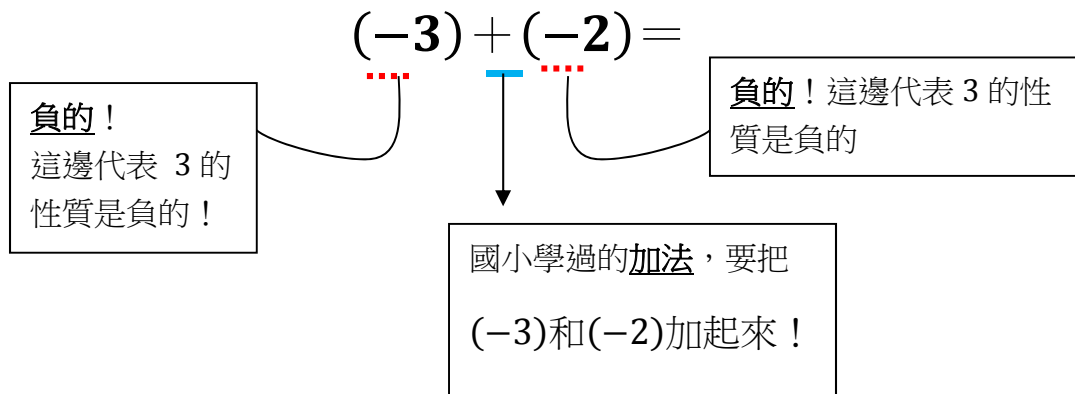
練習 1 請用畫 \oplus 的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1) $(+2) + (+3) =$

(2) $(+4) + (+1) =$

接下來，讓我們來看看另外一種情況！

範例 2 $(-3) + (-2) = ?$



利用上面的方法， (-3) 表示負的有三個， (-2) 表示負的有兩個，所以可表示為

$$(-3) + (-2) =$$

$$\ominus\ominus\ominus \quad \ominus\ominus$$

也就是要把 $\ominus\ominus\ominus$ 和 $\ominus\ominus$ 加起來！很明顯的，他們加起來變成 $\ominus\ominus\ominus\ominus\ominus$ ，總共有五個負的，最後我們再把答案還原回去，就是

$$(-3) + (-2) = -5$$

故

$$(-3) + (-2) = -5$$

$$\ominus\ominus\ominus \quad \ominus\ominus \Rightarrow \ominus\ominus\ominus\ominus\ominus$$

練習 2.1 請用畫 \oplus 的方法求出下列各題的結果

(1) $(-6) + (-3) =$

(2) $(-7) + (-8) =$

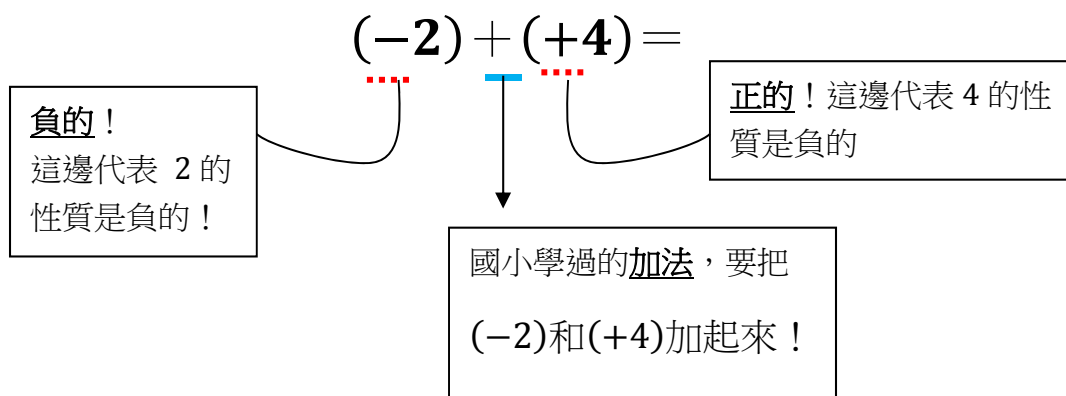
練習 2.2 請計算下列各題，試試看不畫 $\oplus\ominus$ 就求出答案！

(1) $(-16) + (-13) =$

(2) $(-23) + (-14) =$

範例 3 $(-2) + (+4) = ?$

讓我們先來分析這個題目！



重點提示

在開始說明範例 3 之前，其實這個 $\oplus\ominus$ 還有一個特別的地方，就是當一個 \oplus 遇到一個 \ominus 的時候，他們會互相抵銷，我們可以把他們給圈起來，像這樣 $\oplus\ominus$ ，代表兩個數互相抵銷了，沒有了

例如：

當 $\oplus\oplus$ 和 \ominus 加在一起時，會發生這樣的事情



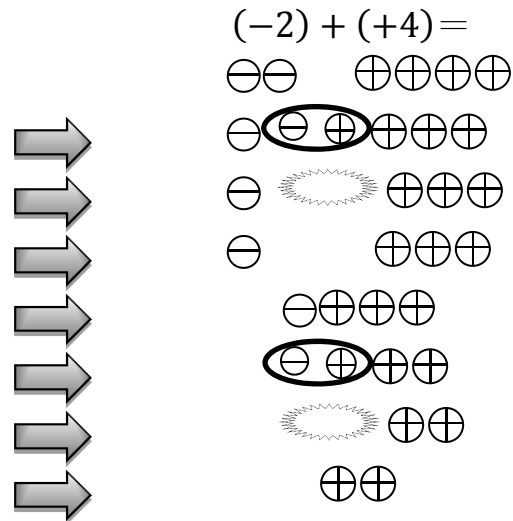
也就是最後只會剩下一個 \oplus 。

現在回到範例 3，我們一樣先把題目代表的意思畫出來，就會變成這樣

$$(-2) + (+4) =$$

⊖⊖ ⊕⊕⊕⊕

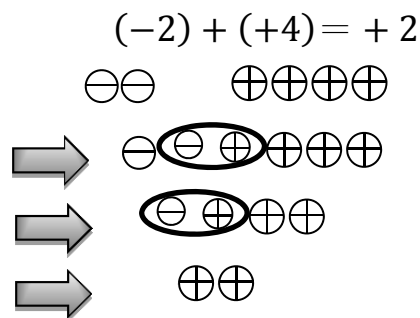
因為這邊有兩個不同的符號，所以會發生互相抵銷的事情，也就是



最後算出來只剩下兩個正的，所以答案就是

$$(-2) + (+4) = +2$$

故



練習 3.1 請用畫 \oplus \ominus 的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1) $(-6) + (+3) =$

(2) $(-5) + (+8) =$

(3) $(+2) + (-6) =$

(4) $(+5) + (-3) =$

練習 3.2 請計算下列各題，試試看不畫 \oplus \ominus 就求出答案！

(1) $(+17) + (-23) =$

(2) $(+31) + (-47) =$

有發現要怎麼算了嗎？找到規則了嗎？

在之前的題目中，你可以這樣想： $(+2) + (-6)$ 的意思，是說有兩個 \oplus ，和六個 \ominus 要加在一起，因為兩個遇到會抵銷，所以兩個 \oplus 抵銷掉了兩個 \ominus ，那最後剩下的是 \oplus 還是 \ominus 呢？是 \ominus ，因為 \ominus 本來就比 \oplus 多，那麼最後會剩下幾個 \ominus 呢？是六減二個 \ominus ，也就是四個 \ominus ，所以第六題答案就是負四。把數學算式列下來就是這樣

$$(+2) + (-6) = -(6 - 2) = -4$$

The diagram illustrates the calculation $(+2) + (-6) = -(6 - 2) = -4$ with the following components:

- 2 個正的** (2 positive): Points to the $+2$ in the equation.
- 6 個負的** (6 negative): Points to the -6 in the equation.
- 負的比較多，所以最後剩下的是負的** (Negative is more, so what remains is negative): Points to the $-(6 - 2)$ part of the equation.
- 6 個負的當中被正的抵銷了 2 個** (2 of the 6 negative are cancelled by the positive): Points to the $6 - 2$ part of the equation.
- 最後剩下四個負的** (Finally, 4 negative remain): Points to the -4 result of the equation.

動動腦

想想看 $(+17) + (-23)$ ，

(1)畫下來之後(先不要抵消)，有幾個 \oplus ？幾個 \ominus ？誰比較多？

(2) $\oplus\ominus$ 互相抵銷之後，最後剩下的是 \oplus 還是 \ominus ？剩下幾個？

恭喜你，如果你發現你算出來的和標準解答一樣，代表你成功學會了這一關喔！

以下幾題讓我們快速的算出答案來吧！

練習 3.3

(1) $(+29) + (-18) =$

(2) $(-31) + (+24) =$

動動腦 "5"加上一個數之後，會不會比原本的"5"還要大呢？

我們可以這樣想：

第一步→" $5 + 2$ "是多少？有沒有比原來的"5"大？

第二步→" $5 + (-2)$ " 是多少？有沒有比原來的"5"大？

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是"5"加上一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

第四步→原來是因為

第一步中的" $5 + 2$ "，是加上一個正數，所以算出來會比原來的"5"大

第二步中的" $5 + (-2)$ "，是加上一個負數，所以算出來會比原來的"5"小

動動腦 " -6 "加上一個數之後，會不會比原本的" -6 "還要大呢？

要了解" -6 "加上一個數後，會不會比原本的" -6 "還要大，我們可以這樣想：

第一步→" $-6 + 8$ "是多少？有沒有比原來的" -6 "大？

(提示：可以利用數線來比大小)

第二步→" $-6 + (-8)$ "是多少？有沒有比原來的" -6 "大？

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是" -6 "加上一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

觀察上面的步驟，我們發現

第一步中的" $-6 + 8$ "，是加上一個正數，所以算出來會比原來的" -6 "大

第二步中的" $-6 + (-8)$ "，是加上一個負數，所以算出來會比原來的" -6 "小

練習 3.4

是非題，對的打○，錯的打×

1. () " 3 "加上一個數以後，一定比" 3 "大。
2. () " 11 "加上一個正數以後，一定比" 11 "大。
3. () " -9 "加上一個數以後，一定比" -9 "大。
4. () " -13 "加上一個正數以後，一定比" -13 "大。
5. () " -8 "加上一個負數以後，一定比" -8 "大。

牛刀小試 1

(小提示：(5)題中的 " $23 + (-16)$ " 可以看成 " $(+23) + (-16)$ " 喔！)

(小提示：(7)題中的 " $(-37) + 49$ " 可以看成 " $(-37) + (+49)$ " 喔！)

(1) $24 + 3 =$

(2) $7 + 41 =$

(3) $(-19) + (-38) =$

(4) $(-30) + (-35) =$

(5) $23 + (-16) =$

(6) $8 + (-32) =$

(7) $31 + (-18) =$

(8) $(-37) + 49 =$

(9) $(-60) + 65 =$

(10) $(-93) + 79 =$

(11) 是非題：() " -2 "加上一個數以後，一定比" -2 "大。

(12) 是非題：() " -7 "加上一個負數以後，一定比" -7 "大。

二、整數的減法：

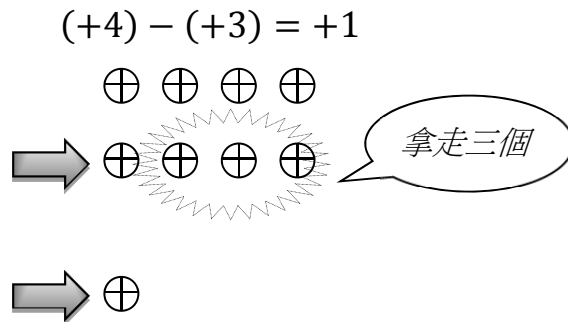
剛剛看到的是加法，現在我們要看的是減法！

國小學過的減法就是拿走的意思，例如： $5 - 2$ 的意思就是五個當中，拿走兩個，所以剩下三個，算出來是 $5 - 2 = 3$ 。現在的減法還是拿走的意思，再加上剛剛學過的方法，我們來看看要怎麼解決整數的減法問題！

範例 4

$$(+4) - (+3) = ?$$

題目的意思，就是在 $\oplus\oplus\oplus\oplus$ 個中，要拿走 $\oplus\oplus\oplus$ ，所以就只剩下一個 \oplus ，答案就是正的 1。作答過程如下



練習 4 接下來幾題也用同樣的做法試試看喔！

(1) $(+6) - (+4) =$

(2) $(+4) - (+1) =$

範例 5

$$(-4) - (-3) = ?$$

和例題 4 類似。題目的意思，就是在 $\ominus\ominus\ominus\ominus$ 中，要拿走 $\ominus\ominus\ominus$ ，所以只會剩下一個 \ominus ，答案就是負的 1。作答過程如下

$$(-4) - (-3) = -1$$

The diagram shows two rows of four negative circles (\ominus). Two arrows point to the first two circles of the bottom row. A speech bubble points to the last three circles of the bottom row with the text "拿走三個" (Take away three).

練習 5 請用畫 \oplus 的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1) $(-6) - (-4) =$

(2) $(-4) - (-3) =$

(3) $(-7) - (-5) =$

(4) $(-3) - (-1) =$

範例 6

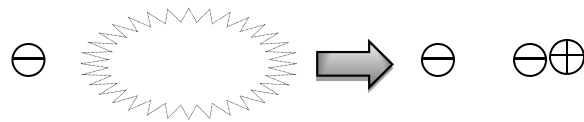
$$(-3) - (-4) = ?$$

分析一下題目，這題是要在 $\ominus\ominus\ominus$ 中，拿走 $\ominus\ominus\ominus\ominus$ 。看起來好像做不出來，因為只有三個 \ominus 可以拿走，可是題目卻要拿走四個 \ominus ，現在，讓我們想想 $\oplus\ominus$ 的特別的地方

重點提示

還記得 $\oplus\ominus$ 特別的地方嗎？就是當一個 \oplus 遇到一個 \ominus 的時候，他們會互相抵銷，我們可以把他們給圈起來，像這樣 $\oplus\ominus$ ，代表兩個數互相抵銷了，沒有了。反過來說，我們可以直接補上一組 $\oplus\ominus$ ，這樣代表的意義也不會改變

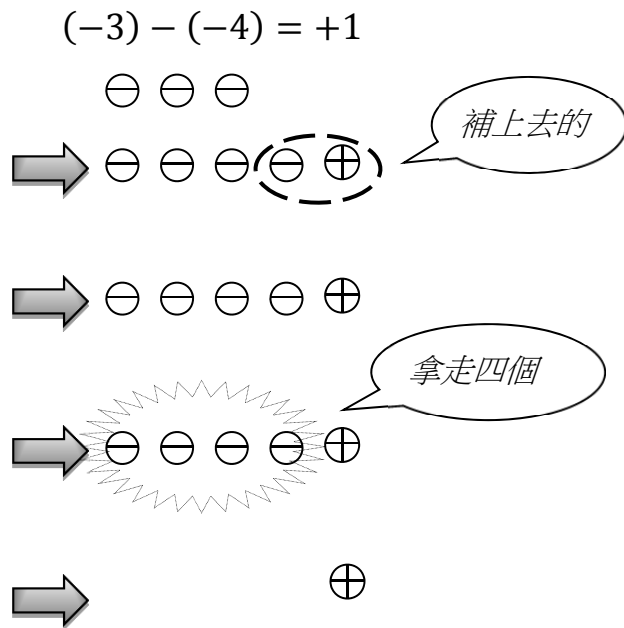
例如：



有了這個方法，那我們就可以解原來的題目囉！

$$(-3) - (-4) =$$

本來只有 $\ominus\ominus\ominus$ ，為了要拿走 $\ominus\ominus\ominus\ominus$ ，我們要補上一個 \oplus 和一個 \ominus ，解題過程就會變成這樣



練習 6.1 請用畫 \oplus 的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1) $(-3) - (-6) =$

(2) $(-2) - (-5) =$

(3) $(-7) - (+5) =$

(4) $(-9) - (+1) =$

(5) $(+4) - (-1) =$

(6) $(+3) - (-4) =$

練習 6.2 請計算下列各題，試試看不用畫 \oplus \ominus 就求出答案！

(1) $(+11) - (-9) =$

(2) $(-17) - (+8) =$

有發現要怎麼算了嗎？找到規則了嗎？在**練習 6.1**的(3)題中，你可以這樣想： $(-7) - (+5)$ 的意思，是說本來有七個 \ominus ，要拿走五個 \oplus ；因為無法拿走五個 \oplus ，所以我們要補上五組 $\oplus\ominus$ ，所以現在總共有五個 \oplus ，有十二個 \ominus

現在回到題目，我們要拿掉五個 \oplus ，所以會剩下十二個 \ominus ，得到答案就是負十二。把數學算式列下來就是這樣

$$(-7) - (+5) = (-7) - (+5) + (+5) + (-5)$$

互
相
抵
銷

$$= (-7) - (+5) + (+5) + (-5)$$

$$= (-7) + (-5)$$

$$= -(7 + 5)$$

$$= -12$$

補
上
去
的

動動腦 想想看 $(-9) - (+1)$ ，

- (1)原本有幾個 \oplus ？幾個 \ominus ？可以依照題目的意思，直接拿掉嗎？
- (2)我們要補上幾組 $\oplus\ominus$ 才能拿掉？
- (3)補上 $\oplus\ominus$ 之後，依照題目的意思拿掉！
- (4)看看剩下什麼？把答案寫下來！

恭喜你，如果你發現你算出來的和標準解答一樣，代表你成功學會了這一關喔！

回顧練習 6.1 的(3)題的解題過程，我們發現一件事情

$$(-7) - (+5) = \dots = (-7) + (-5)$$

原本是減法的題目，我們把它轉換成加法的題目，這樣算起來就快了許多！

其實我們遇到其他減法的題目也可以這樣算喔！

例如： $(-2) - (+1) = (-2) + (-1) = -3$

概念一點通 減去一個數，相當於加上它的相反數

例如： $(-3) \overset{\text{符號改變囉!}}{-} (+2) = (-3) \overset{\text{符號改變囉!}}{+} (+2 \text{ 的相反數}) = (-3) + (-2) = -5$

符號改變囉！

例如： $(+6) \overset{\text{符號改變囉!}}{-} (-4) = (-6) \overset{\text{符號改變囉!}}{+} (-4 \text{ 的相反數}) = (-6) + (+4) = -2$

這樣以後面對減法的題目，就可以轉換成加法來運算囉！

以下幾題讓我們快速的算出答案來吧！

練習 6.3 請計算下列各題，不用畫 $\oplus\ominus$ 就求出答案！

(1) $(+32) - (-26) =$

(2) $(-20) - (+17) =$

動動腦 "7"減去一個數之後，會不會比原本的"7"還要大呢？

我們可以這樣想：

第一步→" $7 - (+2)$ "是多少？有沒有比原來的"7"大？

第二步→" $7 - (-2)$ " 是多少？有沒有比原來的"7"大？

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是"7"減去一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

觀察上面的步驟，我們發現

第一步中的" $7 - (+2)$ "，是減去一個正數，相當於加上" (-2) "，所以算出來會比原來的"7"小

第二步中的" $7 - (-2)$ "，是減去一個負數，相當於加上" $(+2)$ "，所以算出來會比原來的"7"大

動動腦 "-9"減去一個數之後，會不會比原本的"-9"還要大呢？

要了解 "-9"減去一個數之後，會不會比原本的"-9"還要大，我們可以這樣想：

第一步→" $-9 - (+5)$ "是多少？有沒有比原來的"-9"大？(提示：可以利用數線來比大小)

第二步→" $-9 - (-5)$ "是多少？有沒有比原來的"-9"大？(提示：可以利用數線來比大小)

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是"-9"減去一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

觀察上面的步驟，我們發現

第一步中的" $-9 - (+5)$ "，是減去一個正數，相當於加上" (-5) "，所以算出來會比原來的"-9"小

第二步中的" $-9 - (-5)$ "，是減去一個負數，相當於加上" $(+5)$ "，所以算出來會比原來的"-9"大

練習 6.4

是非題，對的打○，錯的打×

1. () "11"減去一個數以後，一定比"11"大。
2. () "18"減去一個正數以後，一定比"18"大。
3. () " - 1"減去一個數以後，一定比" - 1"大。
4. () " - 23"減去一個正數以後，一定比" - 23"大。
5. () " - 10"減去一個負數以後，一定比" - 10"大。

牛刀小試 2

(小提示：(1)題中的 "24-(+3)" 可以看成 "(+24) - (+3)" 喔！)

(小提示：(5)題中的 "23-(-16)" 可以看成 "(+23) - (-16)" 喔！)

(小提示：(8)題中的 "(-37) - 49" 可以看成 "(-37) - (+49)" 喔！)

(1) $24 - (+3) =$

(2) $27 - (+14) =$

(3) $(-19) - (-8) =$

(4) $(-39) - (-35) =$

(5) $23 - (-16) =$

(6) $8 - (-32) =$

(7) $31 - (-18) =$

(8) $(-37) - 49 =$

(9) $(-68) - 85 =$

(10) $(-93) - 79 =$

(11) 是非題：() " - 8"減去一個數以後，一定比" - 8"大。

(12) 是非題：() " + 9"減去一個負數以後，一定比" + 9"大。