

## 主題五 整數的加減

### 一、整數的加法：

現在先來介紹一種方法， $\oplus$  $\ominus$  棋子法，它可以幫助我們計算整數的加法喔，一起來看看吧！

例如：

+5 表示正的有五個  $\rightarrow \oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$

-4 表示負的有四個  $\rightarrow \ominus \ominus \ominus \ominus$

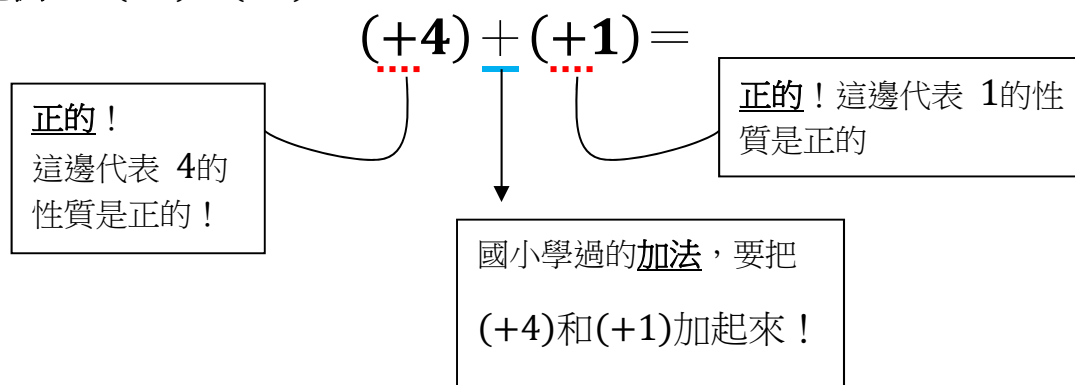
**練習 0** 利用  $\oplus$  $\ominus$  來表示下列各題

(1) +3 該如何表示？

(2) -1 該如何表示？

那我們用這種方法來算下面幾題吧！

**範例 1**  $(+4) + (+1) = ?$



利用上面的方法，"+ 4"表示正的有四個，"+ 1"表示正的有一個，

所以  $(+4) + (+1)$  可表示為

$\oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$

也就是要把  $\oplus \oplus \oplus \oplus$  和  $\oplus$  加起來！很明顯的，他們加起來變成  $\oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$ ，總共有五個正的，最後我們再把答案還原回去，就是

$$(+4) + (+1) = +5$$

故

$$(+4) + (+1) = +5$$

$\oplus \oplus \oplus \oplus \oplus \Rightarrow \oplus \oplus \oplus \oplus \oplus$

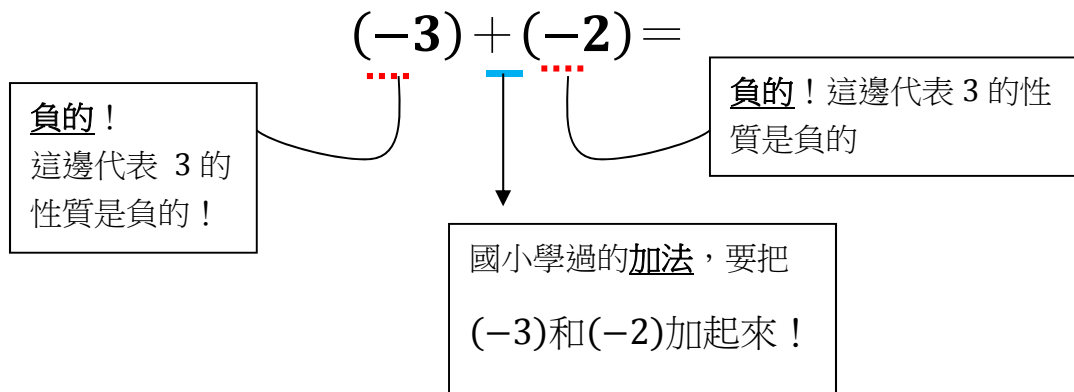
**練習 1** 請用畫  $\oplus$  的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1)  $(+2) + (+3) =$

(2)  $(+4) + (+1) =$

接下來，讓我們來看看另外一種情況！

範例 2  $(-3) + (-2) = ?$



利用上面的方法， $(-3)$ 表示負的有三個， $(-2)$ 表示負的有兩個，所以可表示為

$$\begin{array}{ccc} (-3) + (-2) = & & \\ \ominus\ominus\ominus & \ominus\ominus & \end{array}$$

也就是要把 $\ominus\ominus\ominus$ 和 $\ominus\ominus$ 加起來！很明顯的，他們加起來變成 $\ominus\ominus\ominus\ominus\ominus$ ，總共有五個負的，最後我們再把答案還原回去，就是

$$(-3) + (-2) = -5$$

故

$$\begin{array}{ccc} (-3) + (-2) = -5 & & \\ \ominus\ominus\ominus & \ominus\ominus \Rightarrow & \ominus\ominus\ominus\ominus\ominus \end{array}$$

練習 2.1 請用畫 $\oplus$ 的方法求出下列各題的結果

(1)  $(-6) + (-3) =$

(2)  $(-7) + (-8) =$

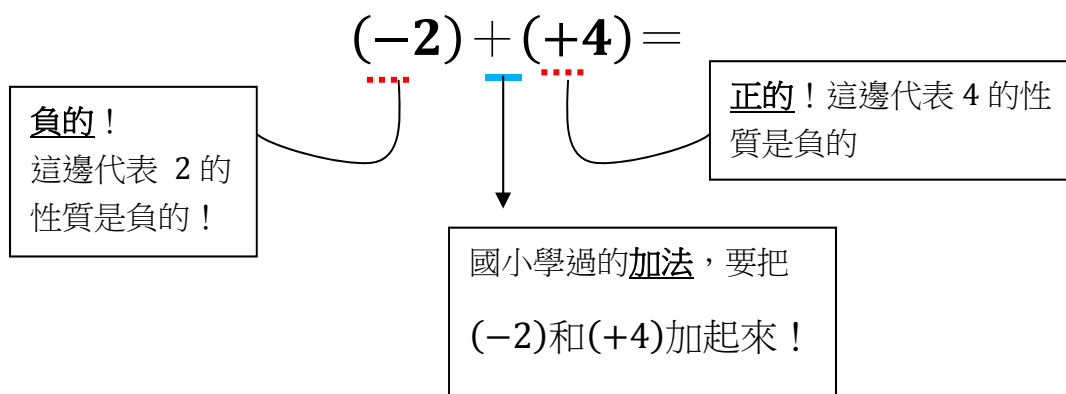
練習 2.2 請計算下列各題，試試看不畫 $\oplus$  $\ominus$ 就求出答案！

(1)  $(-16) + (-13) =$

(2)  $(-23) + (-14) =$

範例 3  $(-2) + (+4) = ?$

讓我們先來分析這個題目！



**重點提示**

在開始說明範例 3 之前，其實這個 $\oplus$  $\ominus$ 還有一個特別的地方，就是當一個 $\oplus$ 遇到一個 $\ominus$ 的時候，他們會互相抵銷，我們可以把他們給圈起來，像這樣  $\oplus\ominus$ ，代表兩個數互相抵銷了，沒有了

例如：

當 $\oplus\oplus$ 和 $\ominus$ 加在一起時，會發生這樣的事情



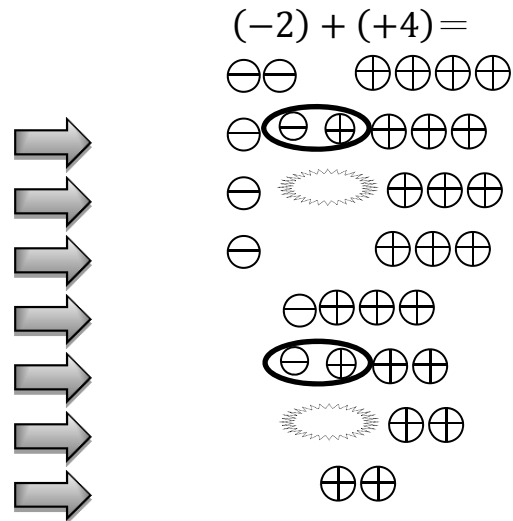
也就是最後只會剩下一個 $\oplus$ 。

現在回到範例 3，我們一樣先把題目代表的意思畫出來，就會變成這樣

$$(-2) + (+4) =$$

⊖⊖    ⊕⊕⊕⊕

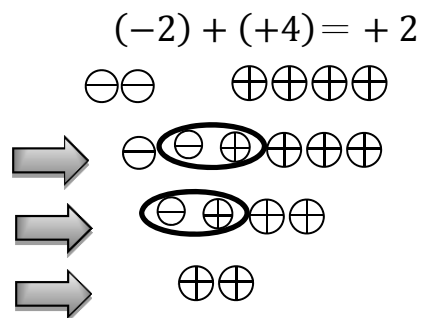
因為這邊有兩個不同的符號，所以會發生互相抵銷的事情，也就是



最後算出來只剩下兩個正的，所以答案就是

$$(-2) + (+4) = +2$$

故



練習 3.1 請用畫 $\oplus$  $\ominus$ 的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1)  $(-6) + (+3) =$

(2)  $(-5) + (+8) =$

(3)  $(+2) + (-6) =$

(4)  $(+5) + (-3) =$

練習 3.2 請計算下列各題，試試看不畫 $\oplus$  $\ominus$ 就求出答案！

(1)  $(+17) + (-23) =$

(2)  $(+31) + (-47) =$

有發現要怎麼算了嗎？找到規則了嗎？

在之前的題目中，你可以這樣想： $(+2) + (-6)$ 的意思，是說有兩個 $\oplus$ ，和六個 $\ominus$ 要加在一起，因為兩個遇到會抵銷，所以兩個 $\oplus$ 抵銷掉了兩個 $\ominus$ ，那最後剩下的是 $\oplus$ 還是 $\ominus$ 呢？是 $\ominus$ ，因為 $\ominus$ 本來就比 $\oplus$ 多，那麼最後會剩下幾個 $\ominus$ 呢？是六減二個 $\ominus$ ，也就是四個 $\ominus$ ，所以第六題答案就是負四。把數學算式列下來就是這樣

$$(+2) + (-6) = -(6 - 2) = -4$$

The diagram illustrates the calculation  $(+2) + (-6) = -(6 - 2) = -4$  with the following components:

- 2 個正的** (2 positive) points to the  $+2$  in the equation.
- 6 個負的** (6 negative) points to the  $-6$  in the equation.
- 負的比較多，所以最後剩下的是負的** (Negative is more, so what remains is negative) points to the  $-(6 - 2)$  part of the equation.
- 6 個負的當中被正的抵銷了 2 個** (2 of the 6 negative are cancelled by the positive) points to the  $6 - 2$  part of the equation.
- 最後剩下四個負的** (Finally, 4 negative remain) points to the  $-4$  result of the equation.

**動動腦**

想想看 $(+17) + (-23)$ ，

(1)畫下來之後(先不要抵消)，有幾個 $\oplus$ ？幾個 $\ominus$ ？誰比較多？

(2) $\oplus\ominus$ 互相抵銷之後，最後剩下的是 $\oplus$ 還是 $\ominus$ ？剩下幾個？

恭喜你，如果你發現你算出來的和標準解答一樣，代表你成功學會了這一關喔！

以下幾題讓我們快速的算出答案來吧！

**練習 3.3**

(1)  $(+29) + (-18) =$

(2)  $(-31) + (+24) =$

**動動腦** "5"加上一個數之後，會不會比原本的"5"還要大呢？

我們可以這樣想：

第一步→" $5 + 2$ "是多少？有沒有比原來的"5"大？

第二步→" $5 + (-2)$ " 是多少？有沒有比原來的"5"大？

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是"5"加上一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

第四步→原來是因為

第一步中的" $5 + 2$ "，是加上一個正數，所以算出來會比原來的"5"大

第二步中的" $5 + (-2)$ "，是加上一個負數，所以算出來會比原來的"5"小

**動動腦** " $-6$ "加上一個數之後，會不會比原本的" $-6$ "還要大呢？

要了解" $-6$ "加上一個數後，會不會比原本的" $-6$ "還要大，我們可以這樣想：

第一步→" $-6 + 8$ "是多少？有沒有比原來的" $-6$ "大？

(提示：可以利用數線來比大小)

第二步→" $-6 + (-8)$ "是多少？有沒有比原來的" $-6$ "大？

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是" $-6$ "加上一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

觀察上面的步驟，我們發現

第一步中的" $-6 + 8$ "，是加上一個正數，所以算出來會比原來的" $-6$ "大

第二步中的" $-6 + (-8)$ "，是加上一個負數，所以算出來會比原來的" $-6$ "小

### 練習 3.4

是非題，對的打○，錯的打×

1. ( ) " $3$ "加上一個數以後，一定比" $3$ "大。
2. ( ) " $11$ "加上一個正數以後，一定比" $11$ "大。
3. ( ) " $-9$ "加上一個數以後，一定比" $-9$ "大。
4. ( ) " $-13$ "加上一個正數以後，一定比" $-13$ "大。
5. ( ) " $-8$ "加上一個負數以後，一定比" $-8$ "大。

### 牛刀小試 1

(小提示：(5)題中的 " $23 + (-16)$ " 可以看成 " $(+23) + (-16)$ " 喔！)

(小提示：(7)題中的 " $(-37) + 49$ " 可以看成 " $(-37) + (+49)$ " 喔！)

(1)  $24 + 3 =$

(2)  $7 + 41 =$

(3)  $(-19) + (-38) =$

(4)  $(-30) + (-35) =$

(5)  $23 + (-16) =$

(6)  $8 + (-32) =$

(7)  $31 + (-18) =$

(8)  $(-37) + 49 =$

(9)  $(-60) + 65 =$

(10)  $(-93) + 79 =$

(11) 是非題：( ) " $-2$ "加上一個數以後，一定比" $-2$ "大。

(12) 是非題：( ) " $-7$ "加上一個負數以後，一定比" $-7$ "大。

## 二、整數的減法：

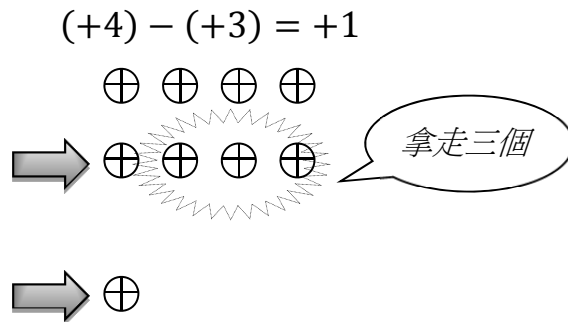
剛剛看到的是加法，現在我們要看的是減法！

國小學過的減法就是拿走的意思，例如： $5 - 2$ 的意思就是五個當中，拿走兩個，所以剩下三個，算出來是 $5 - 2 = 3$ 。現在的減法還是拿走的意思，再加上剛剛學過的方法，我們來看看要怎麼解決整數的減法問題！

### 範例 4

$$(+4) - (+3) = ?$$

題目的意思，就是在 $\oplus\oplus\oplus\oplus$ 個中，要拿走 $\oplus\oplus\oplus$ ，所以就只剩下一個 $\oplus$ ，答案就是正的 1。作答過程如下



練習 4 接下來幾題也用同樣的做法試試看喔！

(1)  $(+6) - (+4) =$

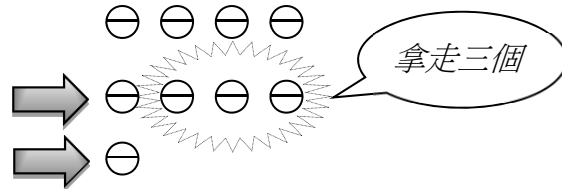
(2)  $(+4) - (+1) =$



## 範例 5

$$(-4) - (-3) = ?$$

和例題 4 類似。題目的意思，就是在  $\ominus\ominus\ominus\ominus$  中，要拿走  $\ominus\ominus\ominus$ ，所以只會剩下一個  $\ominus$ ，答案就是負的 1。作答過程如下

$$(-4) - (-3) = -1$$


練習 5 請用畫  $\oplus$  的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1)  $(-6) - (-4) =$

(2)  $(-4) - (-3) =$

(3)  $(-7) - (-5) =$

(4)  $(-3) - (-1) =$

範例 6

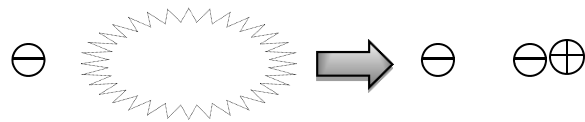
$$(-3) - (-4) = ?$$

分析一下題目，這題是要在 $\ominus\ominus\ominus$ 中，拿走 $\ominus\ominus\ominus\ominus$ 。看起來好像做不出來，因為只有三個 $\ominus$ 可以拿走，可是題目卻要拿走四個 $\ominus$ ，現在，讓我們想想 $\oplus\ominus$ 的特別的地方

重點提示

還記得 $\oplus\ominus$ 特別的地方嗎？就是當一個 $\oplus$ 遇到一個 $\ominus$ 的時候，他們會互相抵銷，我們可以把他們給圈起來，像這樣 $\oplus\ominus$ ，代表兩個數互相抵銷了，沒有了。反過來說，我們可以直接補上一組 $\oplus\ominus$ ，這樣代表的意義也不會改變

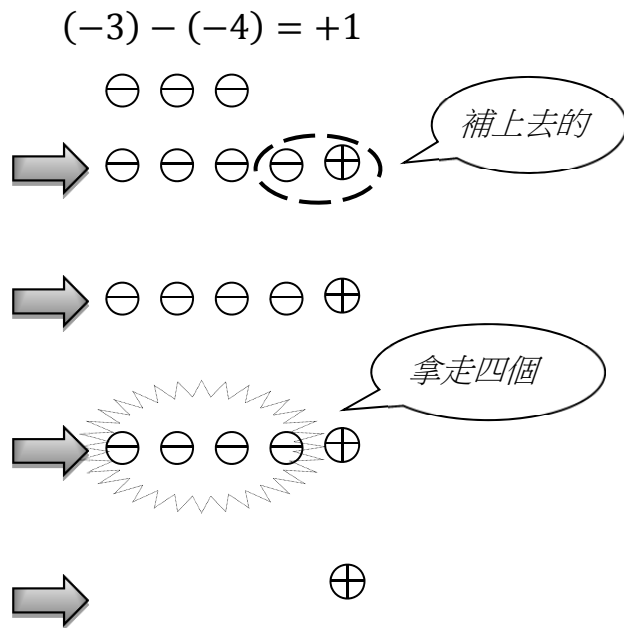
例如：



有了這個方法，那我們就可以解原來的題目囉！

$$(-3) - (-4) =$$

本來只有 $\ominus\ominus\ominus$ ，為了要拿走 $\ominus\ominus\ominus\ominus$ ，我們要補上一個 $\oplus$ 和一個 $\ominus$ ，解題過程就會變成這樣



**練習 6.1** 請用畫 $\oplus$ 的方法表示下列各題，並找出最後的結果

(1)  $(-3) - (-6) =$

(2)  $(-2) - (-5) =$

(3)  $(-7) - (+5) =$

(4)  $(-9) - (+1) =$

(5)  $(+4) - (-1) =$

(6)  $(+3) - (-4) =$

**練習 6.2** 請計算下列各題，試試看不用畫 $\oplus$  $\ominus$ 就求出答案！

(1)  $(+11) - (-9) =$

(2)  $(-17) - (+8) =$

有發現要怎麼算了嗎？找到規則了嗎？在**練習 6.1**的(3)題中，你可以這樣想： $(-7) - (+5)$ 的意思，是說本來有七個 $\ominus$ ，要拿走五個 $\oplus$ ；因為無法拿走五個 $\oplus$ ，所以我們要補上五組 $\oplus\ominus$ ，所以現在總共有五個 $\oplus$ ，有十二個 $\ominus$

現在回到題目，我們要拿掉五個 $\oplus$ ，所以會剩下十二個 $\ominus$ ，得到答案就是負十二。把數學算式列下來就是這樣

$$(-7) - (+5) = (-7) - (+5) + (+5) + (-5)$$

互  
相  
抵  
銷

$$= (-7) - (+5) + (+5) + (-5)$$

$$= (-7) + (-5)$$

$$= -(7 + 5)$$

$$= -12$$

補  
上  
去  
的

**動動腦** 想想看 $(-9) - (+1)$ ，

- (1)原本有幾個 $\oplus$ ？幾個 $\ominus$ ？可以依照題目的意思，直接拿掉嗎？
- (2)我們要補上幾組 $\oplus\ominus$ 才能拿掉？
- (3)補上 $\oplus\ominus$ 之後，依照題目的意思拿掉！
- (4)看看剩下什麼？把答案寫下來！

恭喜你，如果你發現你算出來的和標準解答一樣，代表你成功學會了這一關喔！

回顧練習 6.1 的(3)題的解題過程，我們發現一件事情

$$(-7) - (+5) = \dots = (-7) + (-5)$$

原本是減法的題目，我們把它轉換成加法的題目，這樣算起來就快了許多！

其實我們遇到其他減法的題目也可以這樣算喔！

例如： $(-2) - (+1) = (-2) + (-1) = -3$

**概念一點通** 減去一個數，相當於加上它的相反數

例如： $(-3) \overset{\text{符號改變囉!}}{-} (+2) = (-3) \overset{\text{符號改變囉!}}{+} (+2 \text{ 的相反數}) = (-3) + (-2) = -5$

符號改變囉！

例如： $(+6) \overset{\text{符號改變囉!}}{-} (-4) = (-6) \overset{\text{符號改變囉!}}{+} (-4 \text{ 的相反數}) = (-6) + (+4) = -2$

這樣以後面對減法的題目，就可以轉換成加法來運算囉！

以下幾題讓我們快速的算出答案來吧！

**練習 6.3** 請計算下列各題，不用畫 $\oplus\ominus$ 就求出答案！

(1)  $(+32) - (-26) =$

(2)  $(-20) - (+17) =$

**動動腦** "7"減去一個數之後，會不會比原本的"7"還要大呢？

我們可以這樣想：

第一步→" $7 - (+2)$ "是多少？有沒有比原來的"7"大？

第二步→" $7 - (-2)$ " 是多少？有沒有比原來的"7"大？

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是"7"減去一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

觀察上面的步驟，我們發現

第一步中的" $7 - (+2)$ "，是減去一個正數，相當於加上" $(-2)$ "，所以算出來會比原來的"7"小

第二步中的" $7 - (-2)$ "，是減去一個負數，相當於加上" $(+2)$ "，所以算出來會比原來的"7"大

**動動腦** "-9"減去一個數之後，會不會比原本的"-9"還要大呢？

要了解 "-9"減去一個數之後，會不會比原本的"-9"還要大，我們可以這樣想：

第一步→" $-9 - (+5)$ "是多少？有沒有比原來的"-9"大？(提示：可以利用數線來比大小)

第二步→" $-9 - (-5)$ "是多少？有沒有比原來的"-9"大？(提示：可以利用數線來比大小)

第三步→從第一步與第二步中，我們發現都是"-9"減去一個數，但是兩個的結果卻不一樣，為什麼呢？

觀察上面的步驟，我們發現

第一步中的" $-9 - (+5)$ "，是減去一個正數，相當於加上" $(-5)$ "，所以算出來會比原來的"-9"小

第二步中的" $-9 - (-5)$ "，是減去一個負數，相當於加上" $(+5)$ "，所以算出來會比原來的"-9"大

**練習 6.4**

是非題，對的打○，錯的打×

1. ( ) "11"減去一個數以後，一定比"11"大。
2. ( ) "18"減去一個正數以後，一定比"18"大。
3. ( ) " - 1"減去一個數以後，一定比" - 1"大。
4. ( ) " - 23"減去一個正數以後，一定比" - 23"大。
5. ( ) " - 10"減去一個負數以後，一定比" - 10"大。

**牛刀小試 2**

(小提示：(1)題中的 "24-(+3)" 可以看成 "(+24) - (+3)" 喔！)

(小提示：(5)題中的 "23-(-16)" 可以看成 "(+23) - (-16)" 喔！)

(小提示：(8)題中的 "(-37) - 49" 可以看成 "(-37) - (+49)" 喔！)

(1)  $24 - (+3) =$

(2)  $27 - (+14) =$

(3)  $(-19) - (-8) =$

(4)  $(-39) - (-35) =$

(5)  $23 - (-16) =$

(6)  $8 - (-32) =$

(7)  $31 - (-18) =$

(8)  $(-37) - 49 =$

(9)  $(-68) - 85 =$

(10)  $(-93) - 79 =$

(11) 是非題：( ) " - 8"減去一個數以後，一定比" - 8"大。

(12) 是非題：( ) " + 9"減去一個負數以後，一定比" + 9"大。