

## 國民中學九年級數學基本學習內容綱要

### 幾何

9-s-01	能理解平面圖形縮放的意義。	S-4-14
--------	---------------	--------

#### 基本學習內容

- 9-sc-01-1 圖形縮放前後，幾何圖形對應物件的名稱與概念，如對應點、對應線段、對應邊、對應角等。
- 9-sc-01-2 圖形縮放前後，對應線段長的比值為定數、對應角的角度相等。

#### 基本學習表現

- 9-scp-01-1 知道圖形縮放前後，幾何圖形的對應點、對應線段、對應邊、對應角。
- 9-scp-01-2 知道圖形縮放前後，圖形對應線段長的比值為定數。
- 9-scp-01-3 知道圖形縮放前後，對應角的角度相等。
- 9-scp-01-4 知道圖形縮放倍數大於 1 時圖形變大；縮放倍數小於 1 時，圖形變小；縮放倍數為 1 時，圖形大小不變（全等）。
- 9-scp-01-5 知道縮放倍數及一個邊長，能求出未知對應邊的長。
- 9-scp-01-6 知道一組對應邊長，能求出縮放的倍數。

#### 說明：

- 課綱 6-s-02 已要求能在直觀上認識縮放對圖形長度、角度與面積的影響，基本內容學習，應確定學生已瞭解，並延伸三角形全等的「對應」名稱的使用。
- 學生應知道縮放比值的倍數意義，不是增減幾倍。
- 縮放之討論是為了提供直觀的相似形定義鋪路，因此有關的對應比例問題的評量，可合併於相似形中。

- 基本學習不將縮放變換的其他性質納入，只透過圖形縮放前後直觀比較獲得的性質：對應角相等，對應邊成比例，引入「若兩多邊形邊對應成比例，角對應相等，稱此二多邊形相似」的定義即可，不以「縮放變換」作為理解相似定義的根源。

範例：

1. 將四邊形  $ABCD$  縮放 3 倍後得到  $EFGH$ 。其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的對應點分別為  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$ ，若  $\overline{AB}=3$ ， $\angle A=130^\circ$ ， $\angle B=90^\circ$ ， $\overline{FG}=12$ ，則  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle F = \underline{\hspace{2cm}}$  度。

9-s-02	能理解多邊形相似的意義。	S-4-15
--------	--------------	--------

### 基本學習內容

9-sc-02-1 多邊形相似的意義與符號。

### 基本學習表現

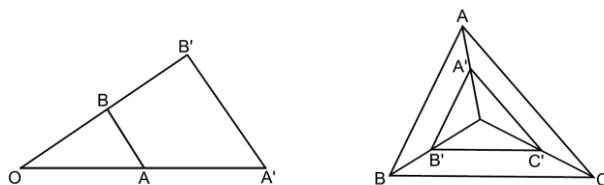
9-scp-02-1 知道若兩多邊形邊相似的意義及符號 $\sim$ ：邊對應成比例且角對應相等，則兩個多邊形相似。

9-scp-02-2 知道邊數相同的正多邊形必相似。

9-scp-02-3 知道兩多邊形相似時，能透過比例，由已知邊長求出未知的邊長。

說明：

- 基本學習應有中心縮放的相似現象圖形討論，學生應知道可透過這個方法作出相似形。如

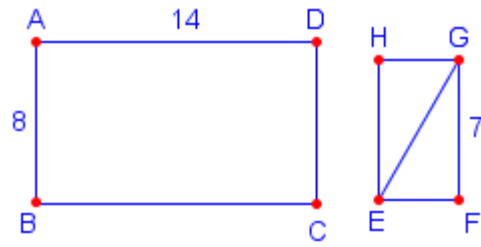


- 學生應知道，可將兩個相似多邊形中的一個縮放，使兩個圖形全等。

範例：

- 下列哪幾組是相似形？
  - 兩個等腰梯形
  - 兩個正方形
  - 兩個菱形其邊長分別為 4、6
  - 兩個長方形其長寬分別為 2、3 及 4、6

2. 如右下圖， $ABCD$  與  $EFGH$  為相似的矩形，其中  $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AD} = 14$ ， $\overline{GF} = 7$ ，則
- (1)  $\overline{HG} =$  \_\_\_\_\_。
- (2)  $\overline{EG} =$  \_\_\_\_\_。



9-s-03	能理解三角形的相似性質。	S-4-15
--------	--------------	--------

### 基本學習內容

- 9-sc-03-1 三角形的 AAA、AA、SAS、SSS 等相似性質。  
 9-sc-03-2 相似三角形面積比為其對應線段平方之比。

### 基本學習表現

- 9-scp-03-1 知道三角形的 AAA、AA、SAS、SSS 相似性質，且能利用這些性質判斷兩三角形是否相似。  
 9-scp-03-2 透過實例或簡單推理知道相似三角形面積之比為對應邊(或對應高)平方之比。  
 9-scp-03-3 能透過前述相似形相關的比例關係，解決線段或面積的數值問題。

說明：

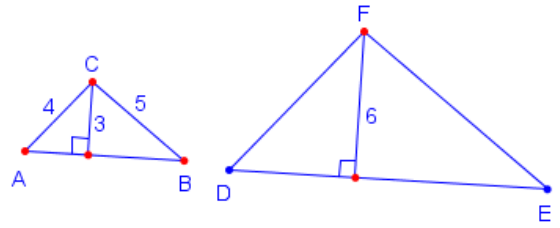
- 透過三角形平行線截比例線段性質及其逆性質推導相似性質較為困難，教學時應以實驗或觀察的方式引導學生得到相關的相似性質。
- 學生應知道，若兩三角形全等，這兩個三角形也是相似。

範例：

1. 若  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  且  $A、B、C$  的對應點分別為  $D、E、F$ 。
  - (1)  $\overline{BC}$  的對應邊是\_\_\_\_\_。
  - (2) 若  $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ，則  $\overline{DE}$ ， $\overline{EF}$  那個比較長？
2. 在下列條件下，討論  $\triangle ABC$  與  $\triangle DEF$  是否一定相似。
  - (1)  $\triangle ABC$  的三邊長為 2, 3, 4； $\triangle DEF$  三邊為 4, 8, 6
  - (2)  $\triangle ABC$  的三邊長為 2, 3, 4； $\triangle DEF$  三邊為 4, 6, 8.1
  - (3)  $\angle A = \angle D$ ， $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$
  - (4)  $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle F$ ， $\overline{AB} = \overline{DE}$

3. 如右圖， $\triangle ABC$  及  $\triangle DEF$  中，  
 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\overline{AB}$  邊  
上的高為 3， $\overline{DE}$  邊上的高為  
6， $\overline{BC} = 5$ ，則

- (1)  $\overline{EF} =$  \_\_\_\_\_。  
(2)  $\overline{DF} =$  \_\_\_\_\_。  
(3)  $\triangle ABC$ ， $\triangle DEF$  面積比為 \_\_\_\_\_。



9-s-04	能理解平行線截比例線段性質及其逆敘述。	S-4-07
--------	---------------------	--------

### 基本學習內容

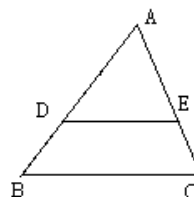
- 9-sc-04-1 設一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，則此直線把這兩邊截成比例線段。
- 9-sc-04-2 若一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，則這直線必平行於此三角形的第三邊。

### 基本學習表現

- 9-scp-04-1 知道若一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，則此直線把這兩邊截成比例線段。
- 9-scp-04-2 知道若一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，則這直線必平行於此三角形的第三邊。

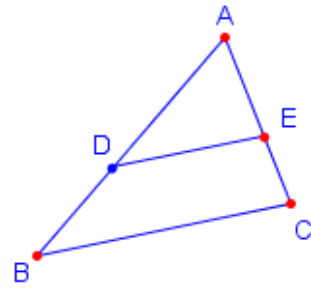
### 說明：

- 9-sc-04-1 及 9-sc-04-2 為歐氏幾何邏輯推演過程中，相似基本性質的重要基礎，AAA、SSS，SAS 相似均可由其嚴格地推演而得。基本內容教學應將相似基本定理以直觀之方式處理，本內容之評量應以利用性質求得相關線段長為主。
- 9-sc-04-1 的內容陳述如下：  
如右圖  $\triangle ABC$  中， $D$  在  $\overline{AB}$  上， $E$  在  $\overline{AC}$  上，且  $\overline{DE}$  平行於  $\overline{BC}$ ，則  $\overline{AD}:\overline{DB} = \overline{AE}:\overline{EC}$ 。  
三角形  $ADE$  與  $ABC$  相似的線段比例關係，在相似形中討論。
- 9-sc-04-2 為 9-sc-04-1 的逆定理。
- 基本學習中不討論，三條或三條以上平行線的比例性質。



範例：

1. 如右圖， $D$  在  $\overline{AB}$  上， $E$  在  $\overline{AC}$  上，  
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{AE} = 3$ ，  
則  $\overline{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





9-s-05	能利用相似三角形對應邊成比例的觀念，解應用問題。	S-4-15
--------	--------------------------	--------

### 基本學習內容

- 9-sc-05-1 三角形一邊的平行線截出兩相似三角形。
- 9-sc-05-2 陽光投影的簡單相似應用問題。
- 9-sc-05-3 視線投射（或鏡面反射）的簡單相似應用問題。

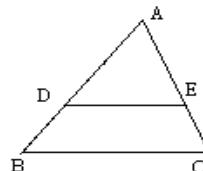
### 基本學習表現

- 9-scp-05-1 知道三角形一邊的平行線截出的三角形與原來的三角形相似。
- 9-scp-05-2 能使用「相似形對應邊成比例」性質，解決簡單的應用問題。

說明：

- 三角形一邊的平行線相關的比列式很多：在 $\triangle ABC$ 中 $D$ 在 $\overline{AB}$ 上， $E$ 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{DE}$ 平行於 $\overline{BC}$ ，則

- (1)  $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 。
- (2)  $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 。

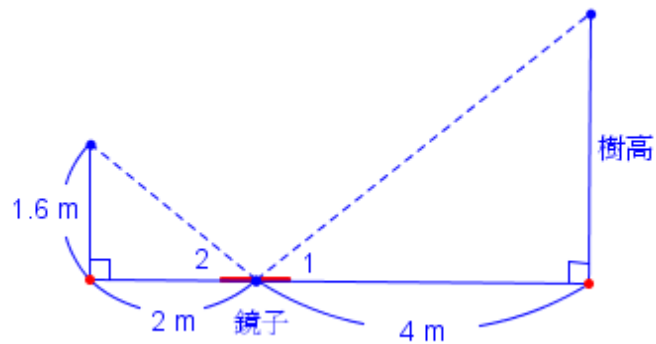


其中(1)為9-sc-04-1的內容，(2)為透過 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 而得的比列式其他平行相關的比例關係，如 $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{EC}$ ...等，基本學習中，不予討論。

- 學生應能利用相似形比例計算公式，應用於實物的測量，例如：樹的高度、河的寬度等測量問題。
- 三角形內角及外角平分線的比例定理，是透過三角形平行線比例性質討論補助線繪製及幾何證明的相當不錯的例題，但較為困難，不納入基本學習內容。

範例：

1. 樹高 16 公尺，影長為 8 公尺，則影長為 12 公尺的樹高為\_\_\_\_\_公尺。
2. 甲要測樹的高度，在樹的西方 4 公尺地面上放一面鏡子，再由鏡子西方 2 公尺處向鏡子看，透過光的反射看到了樹梢，如下方的示意圖所示。由光的反射定律，知道  $\angle 1 = \angle 2$ 。若甲身高約為 1.6 公尺，問樹高為多少公尺？



9-s-06	能理解圓的幾何性質。	S-4-17
--------	------------	--------

### 基本學習內容

- 9-sc-06-1 圓心角、圓周角的意義。
- 9-sc-06-2 圓心角的度數等於所對弧的度數。
- 9-sc-06-3 同弧所對的圓周角是所對圓心角的一半。
- 9-sc-06-4 圓周角的度數等於所對弧的度數的一半。
- 9-sc-06-5 圓內接四邊形的對角互補。
- 9-sc-06-6 圓內接三角形的一邊為直徑時，此三角形必為直角三角形。

### 基本學習表現

- 9-scp-06-1 知道圓周角的意義。
- 9-scp-06-2 知道圓心角的度數等於所對弧的度數。
- 9-scp-06-3 知道同弧所對的圓周角是所對圓心角的一半。
- 9-scp-06-4 知道圓周角的度數等於所對弧度數的一半。
- 9-scp-06-5 知道多邊形頂點在同一圓上時，此多邊形稱為圓的內接多邊形，此圓稱為多邊形的外接圓。
- 9-scp-06-6 知道圓內接四邊形的對角互補。
- 9-scp-06-7 知道圓內接三角形的一邊為直徑時，此三角形必為直角三角形。

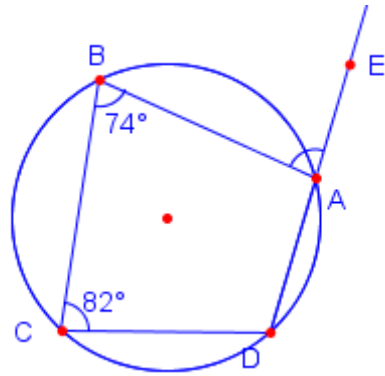
說明：

- 圓心角的概念在國小曾學過(5-s-03)，在國中扇形面積中也有討論過(8-s-21)。

範例：

1. 弧所對的圓周角為 $30^\circ$ ，則其所對的圓心角是\_\_\_\_\_度。

2. 如右圖， $ABCD$  是圓內接四邊形，  
 $D$ 、 $A$ 、 $E$  在一直線上，  
 $\angle B = 74^\circ$ ， $\angle C = 82^\circ$ ，則
- (1)  $\angle D =$  \_\_\_\_\_ 度。
- (2)  $\angle BAE =$  \_\_\_\_\_ 度。



9-s-07	能理解直線與圓及兩圓的關係。	S-4-17
--------	----------------	--------

### 基本學習內容

- 9-sc-07-1 點與圓的關係。
- 9-sc-07-2 弦之垂直平分線與圓心的關係。
- 9-sc-07-3 弦長與弦心距的關係。
- 9-sc-07-4 直線與圓的關係、切線、割線。
- 9-sc-07-5 兩圓的關係、內公切線、外公切線。

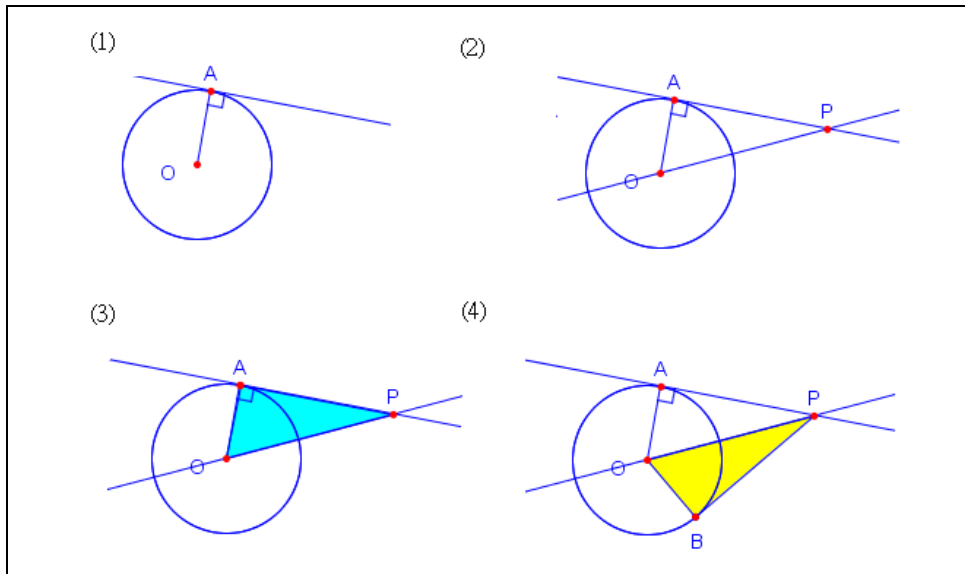
### 基本學習表現

- 9-scp-07-1 知道點與圓心的距離小於半徑時，點在內部；距離等於半徑時，點在圓上；距離小於半徑時，點在圓外。
- 9-scp-07-2 知道弦的垂直平分線必通過圓心；知道過圓心而垂直弦的直線必平分此弦。
- 9-scp-07-3 知道大弦對小弦心距、等弦對等弦心距，反之亦然。
- 9-scp-07-4 知道直線與圓的關係：不相交、相切（切線）、交於兩點（割線）。
- 9-scp-07-5 知道圓外一點作圓的兩條切線段長相等，並能求其長度。
- 9-scp-07-6 知道兩圓的關係：內離、內切、相交於兩點、外切、外離。
- 9-scp-07-7 能利用半徑和、半徑差、連心線長來判斷兩圓位置的關係。
- 9-scp-07-8 知道兩圓的內公切線、外公切線、及其條數。

### 說明：

- 基本內容教學，點、直線、圓的關係，弦的垂直平分線與圓心的關係、弦心距與弦長的關係，學生透過直觀認識即可。
- 學生在國小時，就學過圓為對稱圖形，任意通過圓心的直線都可以是對稱軸（5-s-04）。

■ 切線長相等也可透過摺紙或對稱來討論如下圖及說明：



其中 (1) 展示一條切線 (2) 取得切線上一點  $P$  及  $\overline{PO}$  對稱軸 (3) 展示欲作對稱的三角形 (4) 展示對稱後的結果。由於圓是對稱圖形故  $A$  的對稱點  $B$  在圓上， $\angle B$  為  $\angle A$  對稱角，故  $\angle B = 90^\circ$ ，故  $\overline{PB}$  為切線，又  $\overline{PA} = \overline{PB}$  (對稱線段)，亦即切線長相等。(若以電腦動態地展示配合說明更佳)

範例：

1. 已知兩圓半徑分別為 5、8， $A, B$  為其圓心
  - (1) 若兩圓外切，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。
  - (2) 若兩圓內切，則  $\overline{AB} =$  \_\_\_\_\_。
  - (3) 若  $\overline{AB} = 2$ ，則兩圓關係為 \_\_\_\_\_。
  - (4) 若  $\overline{AB} = 15$ ，則兩圓關係為 \_\_\_\_\_。
  
2. 若兩圓外離，則兩圓有公切線 \_\_\_\_\_ 條。
  
3. 圓  $O$  的半徑為 5， $P$  為圓外一點， $\overline{PO} = 13$ ，過  $P$  作圓的切線， $A$  為切點，則  $\overline{PA} =$  \_\_\_\_\_。

9-s-08	能理解多邊形外心的意義和相關性質。	S-4-16 S-4-17
--------	-------------------	------------------

說明：

- 為減輕學生負擔，基本學習不討論 9-s-08，9-s-09，9-s-10。

9-s-09	能理解多邊形內心的意義和相關性質。	S-4-16 S-4-17
--------	-------------------	------------------

說明：

- 為減輕學生負擔，基本學習不討論 9-s-08，9-s-09，9-s-10。



9-s-10	能理解三角形重心的意義和相關性質。	S-4-16
--------	-------------------	--------

說明：

- 為減輕學生負擔，基本學習不討論 9-s-08，9-s-09，9-s-10。

9-s-11	能理解正多邊形的幾何性質(含線對稱、內切圓、外接圓)。	S-4-08 S-4-13 S-4-17
--------	-----------------------------	----------------------------

說明：

- 國小學生在五年級線對稱單元已經初步認識正三角形、正方形、正五邊形、正六邊形(5-s-04)，基本學習不討論正多邊形的其他幾何性質。

9-s-12	能認識證明的意義。	S-4-19 S-4-20
--------	-----------	------------------

說明：

- 基本學習只要求學生作簡單的推理說明，故未列出基本學習內容。

9-s-13	能認識線與平面、平面與平面的垂直關係與平行關係。	S-4-01
--------	--------------------------	--------

說明：

- 國小時，學生已學過長方體相對的面互相平行、相鄰的面互相垂直，相對的面與它們對應頂點的連邊垂直（6-s-04）。學生有直觀的垂直平行概念已經足夠。平面與空間相關的平行與垂直高中時會作正式教學，基本學習不予討論。

9-s-14	能理解簡單立體圖形。	S-4-01 S-4-02
--------	------------	------------------

### 基本學習內容

9-sc-14-1 多面體的意義。

9-sc-14-2 直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐。

### 基本學習表現

9-scp-14-1 知道多面體、頂點、面、邊、側面的意義。

9-scp-14-2 知道球、直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的相關名稱及意義。

### 說明：

- 國小已經討論過直柱體（5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐），但「直」、「正」一詞未必在教學時出現，基本學習可視學生需要作教學。
- 由空間中多邊形的面所圍成的立體圖形稱為多面體。
- 上下底為兩個全等多邊形，且側面均為矩形的柱體叫做直角柱。
- 底為正多邊形，且側面均為等腰三角形的錐體叫做正角錐。
- 上下底為兩個全等圓形，且兩底圓心之連線會垂直於上下兩底的柱體叫做直圓柱。
- 頂點與底面圓心的連線垂直於底面的圓錐體叫做直圓錐。
- 基本學習時，應透過實物讓學生瞭解這些立體圖形的特性，不必記憶定義。

### 範例：

1. 正五角柱有\_\_\_\_\_個頂點、\_\_\_\_\_條邊、\_\_\_\_\_個面。

9-s-15	能理解簡單立體圖形的展開圖，並能利用展開圖來計算立體圖形的表面積或側面積。	S-4-01 S-4-04
--------	---------------------------------------	------------------

### 基本學習內容

- 9-sc-15-1 直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的展開圖。
- 9-sc-15-2 直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的側表面積及表面積。

### 基本學習表現

- 9-scp-15-1 知道直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的展開圖。
- 9-scp-15-2 知道直圓柱底面圓的周長等於展開圖中矩形的一邊長。
- 9-scp-15-3 知道直圓錐底面圓的周長等於展開圖中扇形的弧長。
- 9-scp-15-4 能利用展開圖，計算直角柱、正角錐、直圓柱、直圓錐的側面積及表面積。
- 9-scp-15-5 在提供展開圖的狀況下，學生能計算長方體表面上兩點之最短距離。

### 說明：

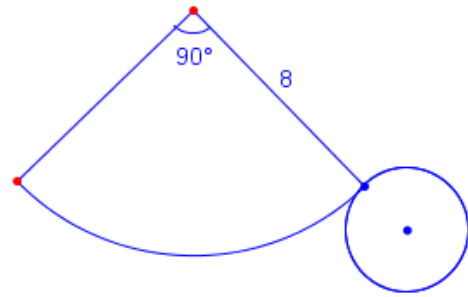
- 討論展開圖應避免從過於複雜的展開圖反推原有的立體圖形。
- 評量時，應避免在未提供展開圖的狀況下，要求學生計算長方體表面上兩點之最短距離。

### 範例：

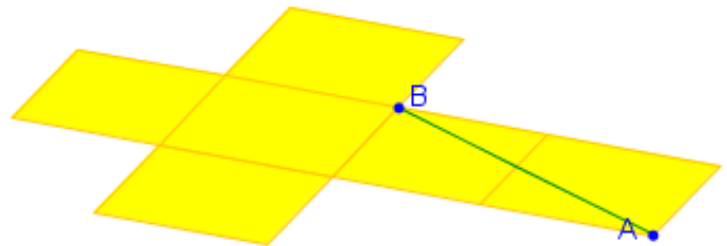
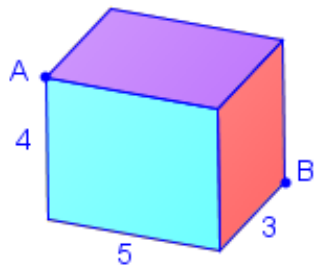
1. 直圓柱的展開圖中，側面成為一長方形，此長方形的寬即為圓柱的高為 5，若長方形的長為  $6\pi$ ，則
  - (1) 此圓柱底面的半徑為\_\_\_\_\_。
  - (2) 此圓柱的表面積為\_\_\_\_\_。
  - (3) 此圓柱的體積為\_\_\_\_\_。

2. 右圖為構成直圓錐的扇形及圓，其中扇形角為  $90^\circ$  度，扇形半徑為 8，則

- (1) 圖中的扇形面積為\_\_\_\_\_。  
 (2) 底面圓的半徑是\_\_\_\_\_。  
 (3) 此圓錐的表面積是\_\_\_\_\_。



3. 左下圖為長方體，其長寬高如圖所示，右下圖為左下圖的展開圖，若一螞蟻想由 A 點走到 B 點，牠所走的最短距離為\_\_\_\_\_。



9-s-16	能計算直角柱、直圓柱的體積。	S-4-01 S-4-04
--------	----------------	------------------

**基本學習內容**

9-sc-16-1 直角柱、直圓柱的體積。

**基本學習表現**

9-scp-16-1 知道直角柱、直圓柱的體積為底面積與高的乘積。

說明：

- 國小已討論過簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積(6-s-05)，此處的教學應與其連結，並得出結論：直柱體的體積均為底面積與高的乘積。

範例：

1. 有一直圓柱的高為 6，底面圓的半徑為 2，則此直圓柱
  - (1) 底面積為\_\_\_\_\_。
  - (2) 體積為\_\_\_\_\_。
2. 有一個三角柱，高為 4，底面為直角三角形，兩股長分別為 3、4，則此三角柱
  - (1) 底面積為\_\_\_\_\_。
  - (2) 側表面積為\_\_\_\_\_。
  - (3) 體積為\_\_\_\_\_。



## 代數

9-a-01	能理解二次函數的意義。	A-4-04
--------	-------------	--------

## 基本學習內容

9-ac-01-1 二次函數。

## 基本學習表現

9-acp-01-1 能以具體情境來理解二次函數。★

9-acp-01-2 認識二次函數的形式為  $y = ax^2 + bx + c$  或  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )。

9-acp-01-3 能求二次函數的函數值。

## 說明：

- 學生在此之前已有一次函數的先備知識，故可由此直接引入二次函數並利用具體實例或情境(如正方形面積  $y$  與邊長  $x$  的關係為  $y = x^2$ )，複習與加強函數的概念，從生活情境關係逐步抽象到數的關係。
- 二次函數的  $y$  值也可看成是把  $x$  對應到二次多項式  $ax^2 + bx + c$ ，將其代入後所得的值，在二次多項式中所有的化簡和運算在此皆適用。
- 學生在 7-a-09 的一次函數指標中，已練習過求一次函數之函數值的方法，在此求函數值的作法雖然一樣，但二次函數牽涉到求  $ax^2$  的值，在教學時可銜接學生的舊經驗，強調欲求當  $x = t$  時  $y = ax^2$  的函數值，在把  $x = t$  代入的過程中，應先平方再乘以  $a$ ，而不能先把  $t$  乘以  $a$  之後再一起平方。

## 範例：

1. 已知二次函數  $f(x) = -x^2 + 3$ ，求  $f(-4)$  的值。
2. 已知二次函數  $y = 2(x-3)^2 + 1$ ，求此函數在  $x = 2$  時的函數值為何？

9-a-02	能描繪二次函數的圖形。	A-4-18
--------	-------------	--------

### 基本學習內容

- 9-ac-02-1 繪製二次函數圖形的方法。
- 9-ac-02-2 形如  $y = ax^2$ 、 $y = ax^2 \pm k$ 、 $y = a(x \pm h)^2 \pm k$  的二次函數圖形。
- 9-ac-02-3 二次函數圖形的開口方向、頂點、最高(低)點、對稱軸。

### 基本學習表現

- 9-acp-02-1 能利用描點的方法繪製二次函數  $y = ax^2$  的圖形。
- 9-acp-02-2 知道二次函數的圖形為拋物線。
- 9-acp-02-3 知道拋物線是對稱圖形。
- 9-acp-02-4 能根據  $x^2$  項的係數來判斷二次函數的開口方向。
- 9-acp-02-5 能夠找出二次函數的頂點坐標(最高或最低點)。
- 9-acp-02-6 能將係數為整數的二次函數以配方法推演成  $y = a(x \pm h)^2 \pm k$  的形式(包含整個配方過程各項係數皆保持為整係數)。
- 9-acp-02-7 能標出頂點，並找出拋物線上另兩個點，進而畫出二次函數的圖形。

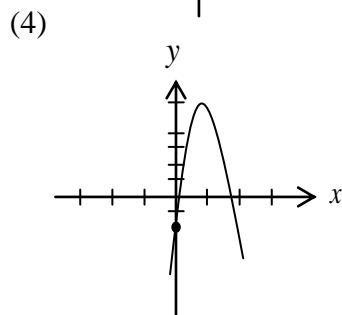
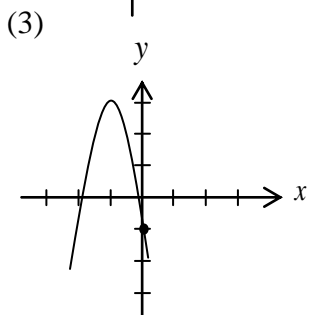
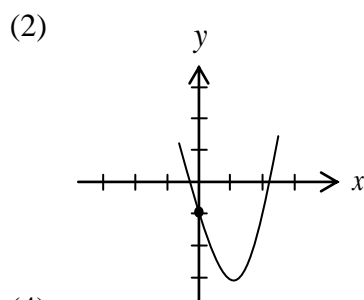
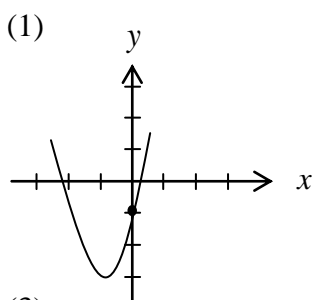
### 說明：

- 本指標為二次函數圖形的描繪與認識，期望透過描繪  $y = ax^2$  的二次函數圖形經驗，來繪製其他形式的二次函數圖形，如  $y = ax^2 \pm k$ 、 $y = a(x \pm h)^2$ 、 $y = a(x \pm h)^2 \pm k$  等，並觀察、歸納這些二次函數圖形之間的平移情形。但此教學方法需要學生熟練二次函數求函數值與描點的能力。
- 利用描點法畫函數圖形，極耗費課堂時間，建議此處圖形除  $y = ax^2$  之外，皆由教師來繪製，讓學生相信只要是二次函數，不論形如  $y = ax^2$  或  $y = a(x \pm h)^2$ ，甚至  $y = ax^2 + bx + c$ ，其圖形皆為拋物線。
- 描繪圖形時亦同時呈現  $y = x^2$  與  $y = x^2 + k$  及  $y = (x - h)^2$  之點坐標對應關係。須安排程序性的練習，讓學生能找出拋物線的頂點坐標，並從頂點坐標判讀出圖形如何平移。

- 學生最後必須做到能由得到頂點坐標，連同另兩個拋物線上的點，標記在坐標平面上，並畫出二次函數的圖形。由於只描了拋物線上的三個點，故不要求學生的作圖必須精準。
- 拋物線的圖形表徵在任何媒介中都無法展示出全貌，學生從視覺上來看，常會認為向兩邊延伸至遠方的部分是鉛垂直線，其實不然，教學時需要特別幫學生釐清這些畫不出來的部分之圖形特徵。
- 學生已有將一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  用配方法求解的經驗。但解一元二次方程式的配方法與二次函數  $y = ax^2 + bx + c$  的配方法有些許不同，在方程式中因為有等號，可以兩邊同時除以不為零的  $a$ ，但是在處理二次函數時，卻必須要把  $a$  提出來。建議教師在講解時，應設計教學活動將兩者列出對照比較，以釐清觀念。
- 二次函數的配方法演算過程複雜，建議在整個配方過程中每一項的係數都保持為整係數。

範例：

1. 下列關於二次函數  $y = 4x^2 - 2$  的開口方向及頂點坐標的配對何者正確？
  - (1) 開口向上，頂點坐標(0,2)
  - (2) 開口向下，頂點坐標(0,2)
  - (3) 開口向上，頂點坐標(0,-2)
  - (4) 開口向下，頂點坐標(0,-2)
2. 下列哪一個圖形可能是二次函數  $y = 2x^2 - 4x - 1$  的圖形。



9-a-03	能計算二次函數的最大值或最小值。	A-4-17
--------	------------------	--------

### 基本學習內容

9-ac-03-1 二次函數的最大值或最小值。

### 基本學習表現

9-acp-03-1 知道二次函數頂點  $y$  坐標的值為函數的最大值或最小值。

9-acp-03-2 知道當  $x$  的值為頂點的  $x$  坐標時，二次函數有最大值或最小值。

9-acp-03-3 能由函數圖形理解二次函數的最小值或最大值。

9-acp-03-4 能由二次函數圖形的開口方向判斷其有最大值或最小值。

### 說明：

- 在本指標中，學生只要能夠利用圖形，或不等式來判斷二次函數的最大值或最小值即可。在此不考慮二次函數  $x$  的值有範圍限制的情形下，求最大值與最小值的狀況。
- 在本指標中所指涉的最大值和最小值，其「值」即為二次函數的函數值。最大值和最小值指的是最大函數值和最小函數值。在 9-a-02 學生已能從圖形判讀出該二次函數圖形有最高點或最低點，但在描點繪製函數圖形的過程中，學生腦中一直同時存在  $x$  和  $y$  兩個數值，當題目轉而求最大值、最小值的問題時，只需考慮  $y$  值的變動情形，學生若無法清楚了解函數值的意義，就不容易從二次函數圖形上的「點」轉換成「值」，故在此宜安排教學活動讓學生理解最高(低)點和最大(小)值之間的關係。
- 九年一貫數學學習領域課程綱要中要求學生「能利用配方法，將二次函數寫為  $y = a(x-h)^2 + k$ 」，然後知道「若  $a < 0$ ，則  $a(x-h)^2 \leq 0$ ，因此  $y$  的最大值為  $k$ ；若  $a > 0$ ，則  $a(x-h)^2 \geq 0$ ，因此  $y$  的最小值為  $k$ 。」但要使用此方法學生必須清楚掌握不等式的相關概念，難度頗高，故此處不要求學生一定要能從此觀點解題。

範例：

1. 若  $a < 0$ ，則二次函數  $y = ax^2 + 2$  有最大值或最小值？其值為何？
2. 請問二次函數  $y = -2(x-3)^2 + 4$  有最大值或最小值？其值為何？

9-a-04	能解決二次函數的相關應用問題。	A-4-17
--------	-----------------	--------

說明：

- 本指標大部分的問題皆為刻意設計的仿生活情境題，學生需要依題意中的情境列式，然後經由求極值問題找出在哪種情況下會產生極值，以及此時的極值為何。這樣的應用問題和未來更高階的數學學習關聯性不大，建議在基本學習內容中將本指標去除。

## 統計與機率

9-d-01	能將原始資料整理成次數分配表，並製作統計圖形，來顯示資料蘊含的意義。	D-4-01 D-4-02 D-4-03
--------	------------------------------------	----------------------------

## 基本學習內容

- 9-dc-01-1 次數分配表的意義。  
9-dc-01-2 統計圖形。

## 基本學習表現

- 9-dcp-01-1 知道次數分配表、累積次數分配表的名稱與意義。★  
9-dcp-01-2 知道相對次數分配表、相對累積次數分配表的名稱與意義。  
★  
9-dcp-01-3 知道：「累積次數分配表」和「相對累積次數分配表」可提供資料在整體中所佔的相對位置。  
9-dcp-01-4 能將原始資料整理成次數分配表、或累積次數分配表。  
9-dcp-01-5 能將原始資料整理成相對次數分配表、或相對累積次數分配表。  
9-dcp-01-6 知道：長條圖、直方圖、或折線圖的名稱。  
9-dcp-01-7 知道：長條圖中的長條之間有適當的距離作為間隔。  
9-dcp-01-8 知道：長條圖適合用於表現離散的資料。  
9-dcp-01-9 知道：直方圖中的長條之間沒有間隔，資料應依序排列。  
9-dcp-01-10 知道：直方圖、折線圖適合用於表現連續的資料。  
9-dcp-01-11 知道：長條圖或直方圖之製作皆依各組之順序在橫軸上標示其位置，再將各組的值標示在橫軸上方所對應的位置，並畫出長條。若離散資料，則長條間應有相同的適當間隔；若連續資料，則長條間應緊密相鄰。  
9-dcp-01-12 知道：長條圖或直方圖之長條應同寬。  
9-dcp-01-13 能說出長條圖或直方圖各長條所代表之事物。

9-dcp-01-14 知道：折線圖之製作是將各組依順序在橫軸上標示其位置，再將各組的值標示在橫軸上方所對應的位置，並串連成線。

9-dcp-01-15 能說出折線圖各點所代表之事物。

9-dcp-01-16 能解讀各式統計圖表。

說明：

- 本基本學習內容宜與 9-dc-02，9-dc-03，9-dc-04 一起學習。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 本基本學習內容宜限制為非分組資料的情況。
- 本基本學習內容的項數不宜太多，以少於 7 項為原則。
- 本基本學習內容宜限制有序且具連續性的資料為原則。
- 本基本學習內容之統計圖形宜限制為直方圖、長條圖、和折線圖，不宜要求學生製作圓形圖，也盡量不要求學生製作直方圖、長條圖、或折線圖。
- 製作次數分配折線圖或相對次數分配折線圖時，會以各組中點來代表該組之資料值；而在製作累積次數分配折線圖，或相對累積次數分配折線圖時，則常以各組的右端點來取折點，這樣才符合累積的意義。

範例：

1. 小明將班上同學投籃球成績記錄如右表。關於表中  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $u$  的值，下列哪一選項是正確的？
- (A)  $x=3$
- (B)  $y=35$
- (C)  $z=45$
- (D)  $u=75$

投入球數 (球)	1	2	3	4
次數 (人)	5	4	9	$x$
相對次數 (%)	25	20	$y$	10
累積相對次數 (%)	25	$z$	$u$	100



9-d-02	認識平均數、中位數與眾數。	D-4-01 D-4-03
--------	---------------	------------------

### 基本學習內容

9-dc-02-1 平均數的意義。

9-dc-02-2 中位數的意義。

9-dc-02-3 眾數的意義。

### 基本學習表現

9-dcp-02-1 知道平均數的名稱與意義。★

9-dcp-02-2 知道：平均數 =  $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$ 。

9-dcp-02-3 知道中位數的名稱與意義。★

9-dcp-02-4 知道：中位數使落在兩邊的資料呈現出個數的平衡，亦即，左邊資料的個數與右邊資料的個數相同。

9-dcp-02-5 知道眾數的名稱與意義。★

9-dcp-02-6 知道平均數、中位數與眾數均可以某種程度地表示整筆資料集中的位置。

9-dcp-02-7 知道平均數易受極端值影響，而中位數及眾數則不受影響。

9-dcp-02-8 能計算平均數、中位數與眾數。

9-dcp-02-9 能解決簡單平均數問題。

### 說明：

- 本基本學習內容宜與 9-dc-01，9-dc-03，9-dc-04 一起學習。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 本基本學習內容限制為非分組資料的情況。

- 計算平均數、中位數或眾數時，資料個數不宜太多，以少於 10 為原則。
- 不宜引入加權平均數。
  
- 計算中位數時，資料個數不宜出現偶數（若偶數筆資料，則中位數為中間兩數的平均）；計算眾數時，次數最高的資料不宜出現超過 1 個（若超過 1 個，則它們同時均為眾數）。
  
- 本基本學習內容不處理資料線性轉換問題。

範例：

1. 小琪將班上 23 名同學的家庭人數記錄如右表。若眾數為  $a$ ，中位數為  $b$ ，則  $a-b$  之值為何？
- (A) 0  
(B) 1  
(C) 2  
(D) 3

家庭人數 (人)	2	3	4	5	6
次數 (人)	3	4	6	8	2

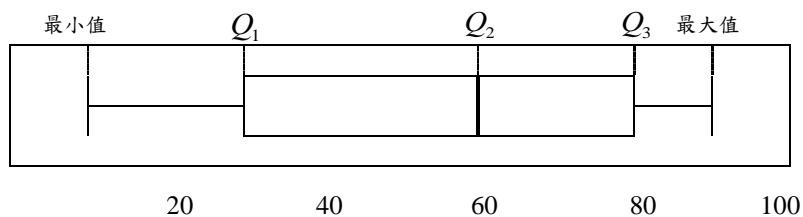
9-d-03	能認識全距及四分位距，並製作盒狀圖。	D-4-02 D-4-03
--------	--------------------	------------------

### 基本學習內容

- 9-dc-03-1 全距的意義。
- 9-dc-03-2 四分位距的意義。
- 9-dc-03-3 盒狀圖。

### 基本學習表現

- 9-dcp-03-1 知道全距的名稱與意義。★
- 9-dcp-03-2 知道：全距較大，資料極端值差距大；全距較小，資料極端值差距小。
- 9-dcp-03-3 知道第 1 四分位數、第 2 四分位數、第 3 四分位數的名稱與意義。
- 9-dcp-03-4 知道四分位距的名稱。
- 9-dcp-03-5 知道第 2 四分位數為中位數。
- 9-dcp-03-6 知道：四分位距=第 3 四分位數-第 1 四分位數。
- 9-dcp-03-7 知道全距與四分位距均可以某種程度地表示整筆資料的分散程度。
- 9-dcp-03-8 知道全距易受極端值影響，而四分位距則不易受極端值影響。
- 9-dcp-03-9 知道盒狀圖的名稱。
- 9-dcp-03-10 知道：盒狀圖之製作是在橫軸上方選取一水平直線，然後將最小數、第 1 四分位數、第 2 四分位數（中位數）、第 3 四分位數、和最大數標示在該直線上，再畫出下方之圖形。



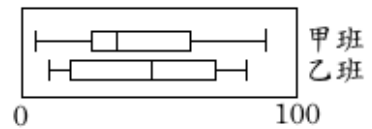
- 9-dcp-03-11 能說出盒狀圖各要素所代表之事物，例如最小值是多少？
- 9-dcp-03-12 能解讀盒狀圖相關的資料，例如全距是多少。

說明：

- 本基本學習內容宜與 9-dc-01，9-dc-02，9-dc-04 一起學習。
- 本基本學習內容不要求學生找出四分位數，相關內容將在 9-dc-04 討論。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。
- 本基本學習內容不宜要求學生製作盒狀圖。

範例：

1. 右圖為甲、乙兩班某次數學成績的盒狀圖。若甲、乙兩班數學成績的中位數為  $a$ 、 $b$ ；最小值為  $c$ 、 $d$ ，則下列何者正確？
- (A)  $a < b$  且  $c < d$
- (B)  $a < b$  且  $c > d$
- (C)  $a > b$  且  $c < d$
- (D)  $a > b$  且  $c > d$



9-d-04	能認識百分位數的概念，並認識第 10、25、50、75、90 百分位數。	D-4-03
--------	--------------------------------------	--------

### 基本學習內容

- 9-dc-04-1 百分位數的意義。
- 9-dc-04-2 第 10、25、50、75、90 百分位數。

### 基本學習表現

- 9-dcp-04-1 知道百分位數的名稱與意義。★
- 9-dcp-04-2 知道：在總資料中位於第 10 個等分的資料值稱為第 10 百分位數。
- 9-dcp-04-3 知道：在總資料中位於第 25 個等分的資料值稱為第 25 百分位數，亦即第 1 四分位數。
- 9-dcp-04-4 知道：在總資料中位於第 50 個等分的資料值稱為第 50 百分位數，亦即第 2 四分位數或中位數。
- 9-dcp-04-5 知道：在總資料中位於第 75 個等分的資料值稱為第 75 百分位數，亦即第 3 四分位數。
- 9-dcp-04-6 知道：在總資料中位於第 90 個等分的資料值稱為第 90 百分位數。
- 9-dcp-04-7 知道百分位數表示某資料組在總資料中的相對位置。
- 9-dcp-04-8 能說出百分位數所代表的事物，例如有 10% 的資料小於第 10 百分位數。
- 9-dcp-04-9 能解讀百分位數相關的資料，例如第  $n$  百分位數是多少。
- 9-dcp-04-10 能求出百分位數。

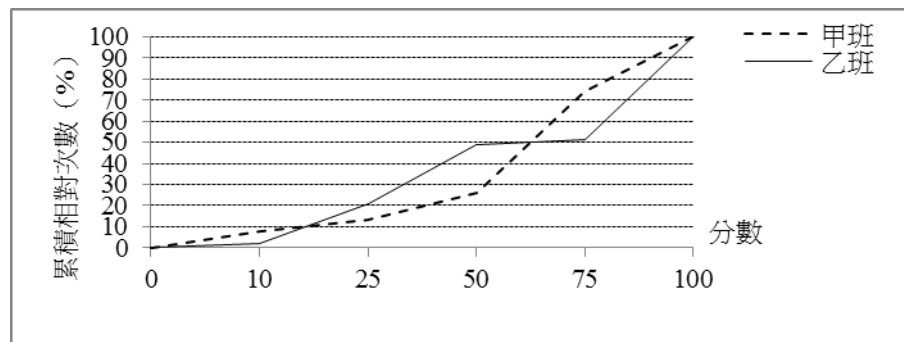
### 說明：

- 本基本學習內容宜與 9-dc-01，9-dc-02，9-dc-03 一起學習。
- 本基本學習內容所介紹名詞不需過多複雜的說明，僅須如附錄所描述的內容。

- 避免在資料數少的例子中，做百分位數的教學，最恰當的資料數為 100 的倍數。
- 百分位數的教學不應透過內插法求解，宜從次數分配表（圖）、或相對次數分配表（圖）、或累積次數分配表（圖）、累積相對次數分配表（圖）中求解。
- 本基本學習內容不要求百分等級的教學。

範例：

1. 下圖為甲、乙兩班某次數學成績的累積相對次數分配圖。若甲、乙兩班數學成績的第 20 百分位數為  $a$ 、 $b$ ；第 70 百分位數為  $c$ 、 $d$ ，則下列何者正確？



- (A)  $a < b$  且  $c < d$
- (B)  $a < b$  且  $c > d$
- (C)  $a > b$  且  $c < d$
- (D)  $a > b$  且  $c > d$

9-d-05	能在具體情境中認識機率的概念。	D-4-04
--------	-----------------	--------

### 基本學習內容

- 9-dc-05-1 機率的意義。
- 9-dc-05-2 事件出現的機率。

### 基本學習表現

- 9-dcp-05-1 知道機率的名稱。
- 9-dcp-05-2 知道：若一件事有  $n$  種可能發生的結果，而且每種結果發生的機會相等，那麼，每種結果  $E$  發生的機率為  $\frac{1}{n}$ 。
- 9-dcp-05-3 知道：若一件事有  $n$  種可能發生的結果，而且每種結果發生的機會相等。如果有  $m$  種可能結果滿足某特定事件(條件)，那麼，該特定事件發生的機率為  $\frac{m}{n}$ 。
- 9-dcp-05-4 知道機率大於等於 0，且小於等於 1。
- 9-dcp-05-5 知道某事件的機率等於 0 表示該事件不可能發生；機率等於 1 表示該事件一定發生。
- 9-dcp-05-6 能從重複實驗中體會：某事件發生的機率與重複實驗的統計結果不一定相同。
- 9-dcp-05-7 能分辨「取後放回」與「取後不放回」的簡單隨機實驗對基本事件之影響。
- 9-dcp-05-8 能計算簡單機率問題。

### 說明：

- 本基本學習內容宜避免使用樣本空間之名稱。
- 教學活動舉例或檢測以古典機率為原則，同時配合學生直觀上容易相信每一基本事件出現的機會相等的生活情境布題，如投擲銅板、投擲骰子、抽撲克牌、抽球等。

- 對於同時或連續進行兩隨機實驗，每一隨機實驗中的基本事件應有效區隔，以減少學生解題的疑慮，如：不應使用「一袋子中有 6 顆白球，若自袋中任取…」，宜改為「一袋子中有 6 顆白球，球上分別標記號碼 1、2、3、4、5、6，若自袋中任取…」。
- 教學活動舉例或檢測應明確指出「每一基本事件出現的機會相等」，如「已知每一球被取出的機會相等」。
- 教學活動舉例或檢測可透過樹狀圖來協助計算所有可能的事件，不宜使用排列與組合概念。
- 教學活動舉例或檢測不宜出現過度複雜的情境，應以簡單問題為原則。

範例：

1. 一袋子中有 4 顆白球，球上分別標記號碼 1、2、3、4。已知小華以每次取出一球後不放回的方式，取出兩球。若每一球被取出的機會相等，則這兩球的號碼總和是 6 的機率為何？
  - (A)  $\frac{1}{4}$
  - (B)  $\frac{1}{6}$
  - (C)  $\frac{1}{8}$
  - (D)  $\frac{3}{16}$